직접 변조된 DFB 레이저 다이오드를 이용한 아날로그 광 링크에서의 비선형 왜곡

연세대학교 대학원

전기·전자공학과

이 기 혁

직접 변조된 DFB 레이저 다이오드를 이용한 아날로그 광 링크에서의 비선형 왜곡

지도 최 우 영 교수

이 논문을 석사 학위논문으로 제출함

2001 년 12 월 일

연세대학교 대학원

전기·전자공학과

이 기 혁

이기혁의 석사 학위논문을 인준함

심사위원________________인

심사위원________________인

심사위원________________인

연세대학교 대학원

2001 년 12 월 일

Nonlinear Distortion of Directly Modulated DFB LD in Analog Optical Links

By

Ki-Hyuk Lee

Submitted to the Department of Electrical and Electronic Engineering
in partial fulfillment of the requirements for the Degree
Master of Science

at the

Department of Electrical and Electronic Engineering
The Graduate School
YONSEI University
Seoul, KOREA

December, 2001

감사의 글

대학에 들어온 지 벌써 6 년이라는 시간이 흘렀습니다. 학부 4 년 동안 전기 전자 공학의 기초를 닦을 수 있었고 석사 2 년 동안 조금이나마 광통신이라는 분야에서 연구를 할 수 있었습니다. 석사 과정을 마무리하며 그 동안의 연구를 졸업 논문을 통해 정리하고 그 동안 제 주위에서 많은 도움과 격려를 아끼지 않으셨던 분들께 소박하지만 진심 어린 감사의 말을 전하고 싶습니다.

먼저 대학원 입학에서부터 졸업까지 열성적으로 때로는 무섭게 지도해 주신 지도 교수님 최우영 교수님께 감사 드립니다. 그리고 여러 강의를 통해 가르침을 받았던 한상국 교수님, 송홍엽 교수님, 이철희 교수님, 한건희 교수님을 비롯한 많은 전기 전자공학과 교수님들께 감사 드립니다. 그리고 홍익 대학교의 이종창 교수님, KT 의 김상인 박사님과 Renee, Yoon 강사님께도 감사 인사 드리고 싶습니다.

2 년 동안 같이 생활했던 연구실 식구들, 승우 형, 재욱이 형, 영광이 형, 유근이 형, 천오 형, 창순이 형, 준혁이, 광현이, 그리고 졸업하신 태식이 형, 경환이 형, 혁기 형 그리고 회사에 계신 용상이 형, 새로 들어올 효순이, 혜승이, 평수 형, 모두들 학문적인 부분에서나 사회적인 부분에 있어서 저에게 많은 조언과 도움을 주셨습니다. 그리고 학부생이지만 저에게 연구분야에서 큰 도움이 되었던 현용이에게도 고맙다는 말을 전하고 싶습니다.

그리고 항상 애정 어린 손길로 돌봐주시고 지켜봐 주신 부모님과 가족들에게 감사 드리고 항상 건강하시고 행복하시길 기원합니다.

2001 년 12 월

이 기 혁

차 례

그림 차례 ·· ii

표 차례 ·· iii

국문 요약 ·· iv

1. 서론 ·· 1

2. Rate Equation 모델을 위한 파라미터 추출 ···························· 3

  2-1. Rate equation 모델 ························ 3

  2-2. L-I Curve ························ 5

  2-3. 주파수 응답의 차························ 7

  2-4. 광섬유 응답 함수························ 13

3. 레이저 다이오드의 비선형 왜곡 분석 ························ 16

  3-1. Rate Equation 의 perturbation 분석 ························ 16

  3-2. 변형된 rate Equation 의 perturbation 분석························ 19

  3-3. 시뮬레이션 결과 ························ 22

  3-4. 실험 결과 ························ 25

4. 광섬유 색분산에 의한 직접 변조된 레이저 다이오드의 비선형 ···· 28

  4-1. 분석 ························ 28

  4-2. 시뮬레이션 결과 ························ 33

  4-3. 실험 결과 ························ 36

5. 결론 ·· 40

참고 문헌·· 41

Abstract ·· 44

그림 차례

그림 2-1. L-I curve ······ 6
그림 2-2. 실험 setup ······ 9
그림 2-3. 주파수 응답 ······ 9
그림 2-4. 주파수 응답의 차 ······ 10
그림 2-5. 바이어스 전류에 따른 공진 주파수 ······ 11
그림 2-7. 공진 주파수와 감쇠 계수 ······ 11
그림 2-8. 광섬유 응답 함수 ······ 14
그림 3-1. Intensity 성분에서의 변조 신호와 2 차 왜곡 성분의 크기 ······ 23
그림 3-2. Chirp 성분에서의 변조 신호와 2 차 왜곡 성분의 크기 ······ 23
그림 3-3. Intensity 성분에서의 변조 신호와 2 차 왜곡 성분의 위상 관계 ······ 24
그림 3-4. Chirp 성분에서의 변조 신호와 2 차 왜곡 성분의 위상 관계 ······ 24
그림 3-5. 실험 setup ······ 26
그림 3-6. 광검출기의 주파수 응답 ······ 26
그림 3-7. 2 차 왜곡 성분의 측정 결과 ······ 27
그림 4-1. $\Delta\phi_2$ (=ϕ_{FM2}-ϕ_{IM2}) 의 분석 결과 ······ 32
그림 4-2. m_{FM2} 의 분석 결과 ······ 32
그림 4-3. 40km 전송 후 변조 신호와 2 차 왜곡 성분 시뮬레이션 ······ 34
그림 4-4. 4GHz 로 변조된 신호와 2 차 왜곡 성분의 전송 거리에 따른 시뮬레이션 ······ 35
그림 4-5. 실험 setup ······ 37
그림 4-6. 40km 전송 후 신호와 2 차 왜곡 성분의 측정 결과 ······ 38
그림 4-7. 4GHz 로 변조된 신호와 2 차 왜곡 성분의 전송 거리에 따른 측정 결과 ······ 39

표 차례

표 2-1. I_{th}, I_s, F 의 fitting 값 6
표 2-2. 공진 주파수와 감쇠 계수 10
표 2-3. B, K, τ_n 의 fitting 값 12
표 2-4. α, f_c, D 의 fitting 값 14
표 2-5. 추출한 파라미터 15

국문 요약

직접 변조된 DFB 레이저 다이오드를 이용한 아날로그 광 링크에서의 비선형 왜곡

직접 변조된 DFB 레이저 다이오드를 이용한 아날로그 광 링크에서 비선형 왜곡 현상은 여러 채널을 동시에 전송하는 SCM 시스템에서 채널 간의 간섭을 일으키며 시스템의 성능을 제한하는 중요한 원인의 작용하고 있다. 이러한 비선형 왜곡 성분의 원인으로는 L-I curve 의 비선형성, 반도체 레이저 다이오드의 동적 특성인 공진 현상 그리고 주파수 chirp 과 광섬유 색분산에 의해 생기는 비선형 왜곡 등 많은 원인이 동시에 작용하고 있다. 특히 GHz 주파수 대역에서는 레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 비선형성이 크기 때문에 광섬유 색분산에 의한 비선형 왜곡 성분을 모델링 할 때 이를 고려해야 할 필요가 있다.

먼저 L-I curve 와 주파수 응답의 차, 그리고 광섬유 응답 함수를 이용한 파라미터 추출을 통해 레이저 다이오드의 동적 특성을 잘 설명하는 rate equation 모델을 구하였다. 그리고 rate equation 을 perturbation 방법을 통해 분석하여 레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 2 차 왜곡 성분의 상대적인 크기와 위상을 분석하였다. 이를 바탕으로 광섬유 색분산에 의해 생기는 2 차 왜곡 성분에 대해 해석적으로 수치적으로 분석하여 실험 결과와 잘 일치 됨을 확인하였다.

핵심이 되는 말: 비선형성, 파라미터 추출, rate equation, 2차 왜곡 성분, 광섬유 색분산

1. 서론

광섬유의 광 대역폭을 효율적으로 사용하기 위한 방법으로 지금까지 TDM (Time Division Multiplexing), WDM (Wavelength Division Multiplexing), 혹은 그들의 조합된 형태 등의 많은 시스템들이 개발되어 왔다. 그러나 이런 기술들만을 사용한 시스템들은 반도체 레이저 다이오드의 파장 안정성이나 수신기의 선택성이나 감도의 문제로 한계와 어려움을 가지고 있다 [1].

또 다른 형태의 시스템으로 SCM (Sub-Carrier Multiplexing) 방식이 있다. 이는 여러 개의 신호 채널을 RF (Radio Frequency) 영역에서 다중화하여 하나의 파장에 실어 보내는 형태의 시스템으로 전기적인 영역에서 추가적인 변조, 복조를 부가함으로써 간단하고 저렴하게 구현 가능하다. 이러한 장점 때문에 SCM 시스템은 analog cable television (CATV)과 같은 응용에 많이 이용되어 왔고 최근에는 가입자 망에 응용하려는 시도가 많이 되고 있다 [2-3].

또 SCM 시스템은 여러 개의 RF sub-carrier 로 아날로그 변조하는 방식의 아날로그 광 링크로써 광원을 변조하는 방법에는 직접 변조와 외부 변조의 두 가지가 있다. 그 중에서 외부 변조는 chirp 이 작고 잡음 지수가 작다는 [4] 특성 때문에 기간 망에 많이 쓰이고 직접 변조는 간단하고 저렴한 정점 때문에 도심 지역의 가입자 망에 많이 쓰이고 있다 [5]. 이러한 아날로그 변조 시스템의 문제점 중의 하나는 광 링크에서 생기는 비선형성 때문에 생기는 채널간의 간섭 문제인데 이는 dynamic range 에 제한을 가져오고 채널의 주파수 범위를 제한하기도 한다 [6].

이러한 비선형성에 대한 원인으로는 직접 변조의 경우 레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 공진, 그리고 chirp 과 광섬유 색분산에 의해 생기는 비선형성, 변조 지수나 채널 수에 의한 clipping, L-I curve 의 비선형성 등 많은 원인이 제시되고 있다 [6-14]. 이러한 비선형적인 특성들은 시스템 특성이나 주파수 대역에 따라 차

지하는 비중이 달라진다.

기존의 광섬유 색분산에 의한 왜곡을 해석한 논문들은 주요한 원인으로 주파수 chirp 이 광섬유 색분산을 겪으면서 생기는 FM-AM 변환을 중심으로 해석하였다 [9, 10]. 그리고 CATV와 같은 특정한 응용분야의 시스템 논문에서는 레이저 다이오드의 동적 특성을 고려하였으나 intensity 성분의 왜곡만을 고려한 부분적인 형태를 이용한 결과를 보여주었다 [12, 13]. 그러나 이러한 모델링이 sub-carrier 의 주파수가 커짐에 따라 잘 맞지 않음을 확인하였고 보다 정확한 모델링을 위해서 레이저 다이오드의 동적 특성에 의해 생긴 intensity 성분과 chirp 성분의 왜곡을 고려하여 아날로그 광 링크에서의 생기는 광섬유 색분산에 의한 왜곡 성분을 분석하였다.

이 논문에서는 변조 지수가 작다고 가정했을 때 고주파 대역에서 큰 원인으로 작용하는 레이저 다이오드의 동적 특성인 공진에 의한 왜곡과 주파수 chirp 이 광섬유 색분산을 겪으면서 생기는 FM-AM 변환을 고려하였다. 이를 통해 보다 정확한 아날로그 광 링크에서의 왜곡 모델링을 가능하게 하였고 결과를 실험을 통해 확인하였다.

먼저 2 장에서 실험에 쓰인 레이저 다이오드의 rate equation 모델을 위해 필요한 기본적인 파라미터들을 L-I curve, 주파수 응답의 차, 그리고 광섬유 응답 함수를 이용해 추출하였다. 그리고 3 장에서는 rate equation 모델을 perturbation 방법을 통해 레이저 다이오드의 동적 특성인 공진에 의한 2 차 왜곡 성분을 intensity 와 chirp 성분으로 구분하여 분석하였다. 그리고 4 장에서는 3 장의 결과를 바탕으로 E-field 형태를 구성하고 광섬유 색분산에 의해 생기는 2 차 왜곡 성분의 결과를 수치적으로 계산하여 실험 결과와 비교하였다.

2. Rate Equation 모델을 위한 파라미터 추출

2-1. Rate equation 모델

Rate equation 은 레이저 다이오드의 특성을 나타내는 나타내거나 레이저 다이오드를 이용한 시스템의 성능을 예측하기 위해 많이 사용되어왔다. 그리고 그 효용성은 지금까지 많은 논문에 의해 검증되어 왔다.

따라서 rate equation 을 기본으로 레이저 다이오드의 비선형성을 논의하고자 우선 세가지 측정을 통해 rate equation 모델에 필요한 파라미터들을 구하려고 한다. 먼저 측정할 수 있는 몇 가지 파라미터들을 다른 파라미터들의 조합으로 정의하고 이를 L-I curve 와 주파수 응답 그리고 광섬유 응답 함수를 이용해 추출하였다.

식 (1)은 파라미터 추출을 위한 nonlinear gain compression 을 고려한 일반적인 rate equation 모델 이다 [15].

$$\frac{dS(t)}{dt} = \Gamma g_0 \frac{N(t)-N_t}{1+\varepsilon S(t)} S(t) - \frac{S(t)}{\tau_p} + \frac{\Gamma \beta}{\tau_n} N(t) \tag{1-a}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{I}{qV} - \frac{N(t)}{\tau_n} - g_0 \frac{N(t)-N_t}{1+\varepsilon S(t)} S(t) \tag{1-b}$$

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2}\left[\Gamma g_0 (N(t)-N_t) - \frac{1}{\tau_p}\right] \tag{1-c}$$

$$P(t) = \frac{V\eta h\nu}{2\Gamma \tau_p} S(t) \tag{2}$$

S(t) 는 photon density 를, N(t) 는 carrier density 를, 그리고 $\phi(t)$는 optical phase.를 의미한다.

Γ 는 optical confinement factor 를, g_0 는 optical gain slope 을, N_t 는 transparent carrier density 를, ε은 gain compression factor를, τ_p는 photon lifetime을, τ_n은 carrier lifetime을, β는 spontaneous emission factor를, q는 전하 량을, V는 active region의 부피를, α는 linewidth enhancement factor를, η은 전체 quantum efficiency를, 그리고 λ는 파장을 나타낸다.

식 (1)의 rate equation은 laser cavity 안의 광 field와 carrier density의 상호 작용을 통한 lasing process를 식 (2)는 photon density와 출력 광 파워와의 관계를 나타내고 있다.

2-2. L-I Curve

Photon 과 carrier density 의 rate equation 식(1-a, b)을 연결하여 풀면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다[15].

$$(1+\frac{\tau_c\beta}{\tau_n})\cdot I-(1-\beta)\cdot I_{th}+\frac{I\cdot I_s}{F\cdot P}=(1+\frac{\tau_c}{\tau_n})\cdot F\cdot P+I_s \quad \text{----------------------------} \quad (3)$$

(3)식에서 다음과 같은 측정할 수 있는 몇 가지 파라미터들을 위의 일반적인 rate equation 의 파라미터들의 식으로 정의하였다[15].

$$\begin{aligned}
B &= \frac{\Gamma g_0}{qV}\\
\tau_c &= \frac{\varepsilon}{g_0}\\
F &= \frac{2q\lambda}{hc\eta} \quad \text{--} \quad (4)\\
I_s &= \frac{\beta}{B\tau_n\tau_p}\\
I_{th} &= \frac{qV}{\tau_n}(N_t+\frac{1}{\Gamma g_0\tau_p})
\end{aligned}$$

식 (3)에서 β와 τ_c/τ_n 이 작으므로 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$(FP)^2-(I-I_{th}-I_s)FP-I_sI=0 \quad \text{--} \quad (5)$$

문턱 전류 보다 높은 바이어스 조건에서는 spontaneous emission term 인 I_s 가 작으므로 $P=(I-I_{th})/F$ 의 선형적인 전류와 광 파워의 관계가 성립한다. 실제 측정은 XL Photonics 사의 Multi-quantum-well 구조의 package 된 butterfly 형 DFB LD 를 사용하였다. 측정된 L-I curve 와의 fitting 을 위해서는 식 (5)를 이용해 log scale 에서 얻은 data 와 세 개의 파라미터 F, I_s, I_{th} 를 가지고 비선형 curve fitting 을 하였다. Fitting 과정은 Levenberg-Marquardt 알고리즘을 사용한 MATLAB 에 있는 최적화 함수인 CONSTR 를 이용하였다. 측정 결과와 fitting 값은 그림 2-1 과 표 2-1 에 나타

내었다.

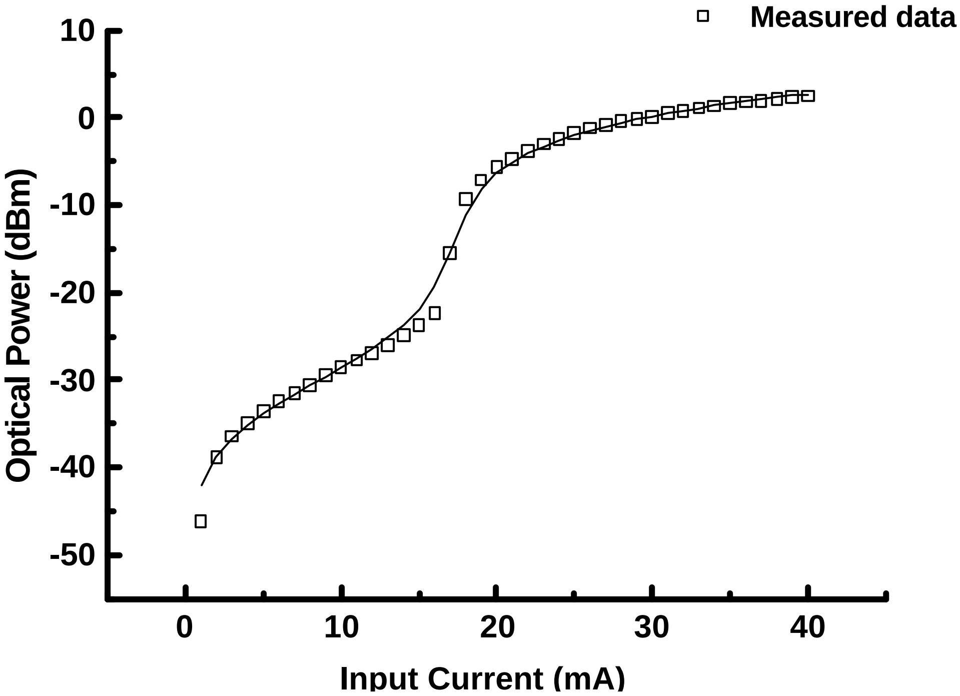

그림 **2-1**. L-I curve (dot: 측정 결과, solid line: fitting 결과)

Parameter	**I_{th} (mA)**	**I_s (mA)**	**F (A/W)**
Value	17.25	12.29	12.26

표 **2-1.** I_{th}, I_s, F 의 fitting 값

2-3. 주파수 응답의 차

변조된 전류의 크기가 작다고 가정했을 때, 응답 함수는 rate equation 으로부터 (6)식과 같이 표준화된 형태로 표현할 수 있다.

$$H(\omega) = \frac{\omega_r^2}{\omega_r^2 - \omega^2 + j2\gamma\omega} \quad \text{--} \quad (6)$$

위 식에 쓰인 파라미터들은 다음과 같이 주어진다.

$$f_r = \frac{\sqrt{B(I - I_{th})}}{2\pi} \quad \text{--} \quad (7\text{-a})$$

$$2\gamma = \frac{1}{\tau_n} + K \cdot f_r^2 \quad \text{--} \quad (7\text{-b})$$

$$K = 4\pi^2(\tau_p + \tau_c) \quad \text{--} \quad (7\text{-c})$$

여기서 f_r은 공진 주파수를, γ는 감쇠 계수를, K 는 Pertermann 상수를 의미한다.

그림 2-.2 은 주파수 응답을 측정하기 위한 실험 setup 으로 Lightwave component analyzer (HP8703A)를 사용하였다. 그림 2-3 은 두 바이어스 조건에서 측정한 주파수 응답으로 레이저 다이오드의 고유한 주파수 응답과 chip parasitic 과 package 와 mount 의 효과를 포함하고 있으므로 쉽게 공진 주파수와 감쇠 계수를 예측할 수 없다.

따라서 문턱 전류보다 큰 바이어스 조건에서의 주파수 응답을 문턱 전류 바로 위의 바이어스 조건에서의 주파수 응답으로 나누어 줌으로써, log scale 에서는 빼줌으로써 그림 2-4 와 같이 package 와 mount 에 의한 영향을 효과적으로 세거할 수 있다 [15-16]. 이는 package 나 mount 에 의한 parasitic 이 수동적인 요소이므로 바이어스 크기에 관계없이 주파수 응답이 일정하다는 가정하에 가능하다. 또 수신기의 응답 특성을 고려할 필요도 없어짐으로써 비교적 간단한 방법으로 레이저 다이오

드의 고유한 동적 특성에 의한 주파수 응답을 얻을 수 있다.

두 바이어스 조건에 의한 주파수 응답의 차는 식 (8)과 같이 두 공진 주파수와 두 감쇠 계수에 의해 특징지어진다.

$$\frac{H_2(w)}{H_1(w)} = \frac{w_{r1}^2}{w_{r1}^2 - w^2 + jg_1 w} \cdot \frac{w_{r2}^2 - w^2 + jg_2 w}{w_{r2}^2} \text{--(8)}$$

식 (8)의 네 파라미터들은 2-1 장에서와 같이 네 가지 파라미터를 이용한 curve fitting 을 통해 구할 수 있다.

실험은 변조 RF 파워를 –10dBm 으로 하고 바이어스 전류를 23mA 를 기준으로 5mA 씩 증가하며 주파수 응답을 측정하여 주파수 응답의 차를 구하였다. 그리고 측정한 결과를 네 개의 파라미터로 fitting 하였다. 표 2-2 는 바이어스 전류에 따른 공진 주파수와 감쇠 계수다.

그리고 식 (7-a)에서 바이어스 전류와 공진 주파수의 관계가 linear 하므로 linear fitting 을 통해 Figure 2-5 처럼 식 (4)의 B 값을 구할 수 있다. 또 식 (7-b)에서 공진 주파수와 감쇠 계수의 관계를 그림 2-6 에서처럼 linear fitting 함으로써 K factor 와 carrier lifetime τ_n 을 구할 수 있다.

표 2-3 은 주파수 응답의 차를 통해 구한 파라미터들을 정리한 것이다.

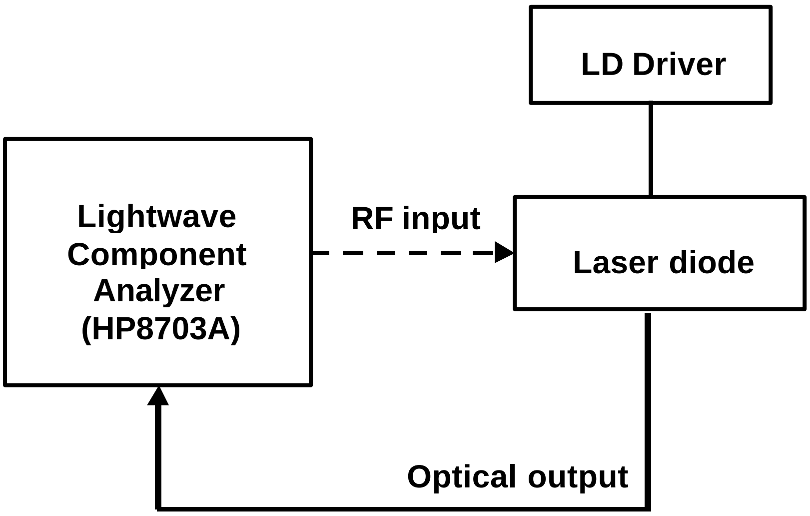

그림 2-2. 실험 setup

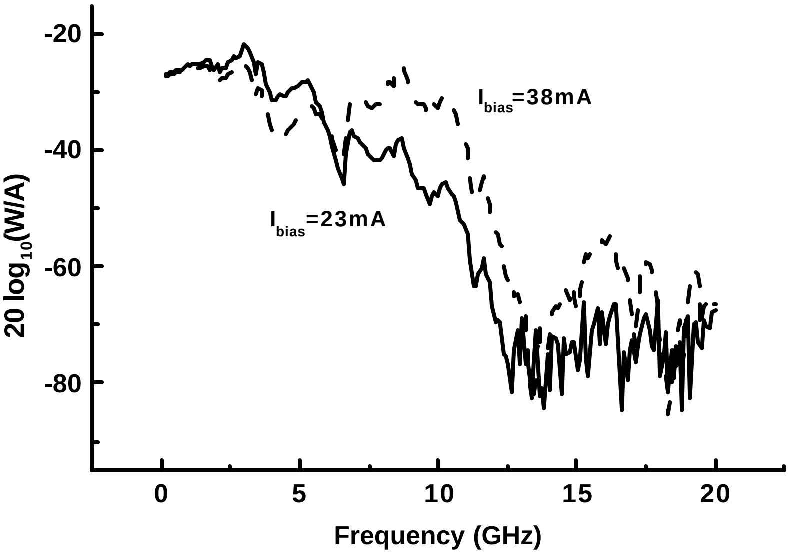

그림 2-3. 주파수 응답

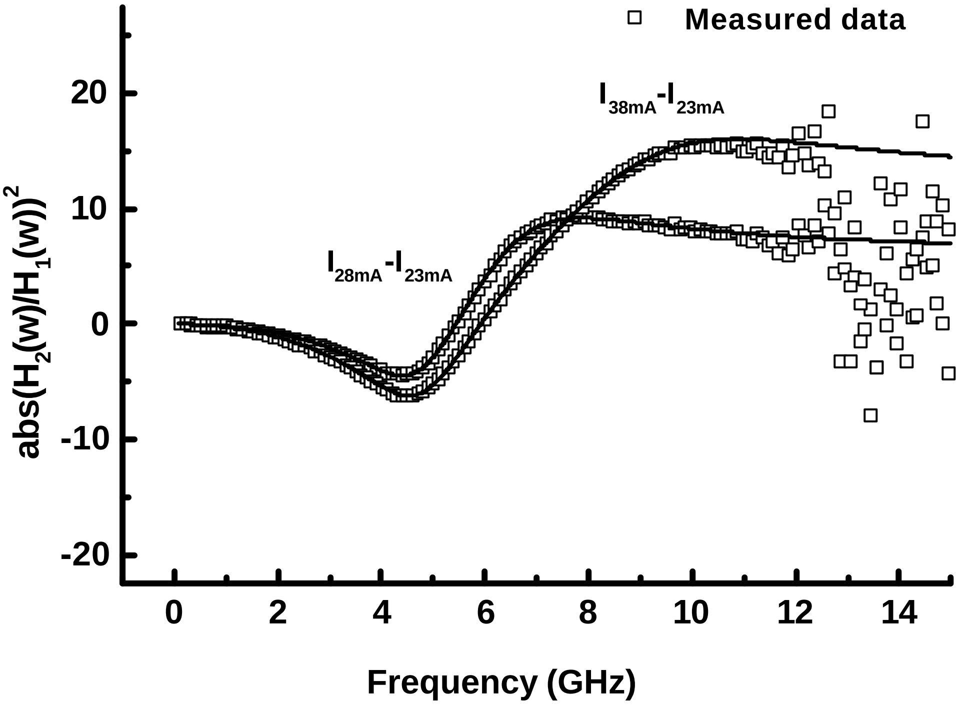

그림 2-4. 주파수 응답의 차

Bias current (mA)	**Resonance frequency (GHz)**	**Damping factor (ns^{-1})**
23	4.8	5.9
28	6.8	10.0
33	8.3	13.2
38	9.6	16.2

표 2-2. 공진 주파수와 감쇠 계수

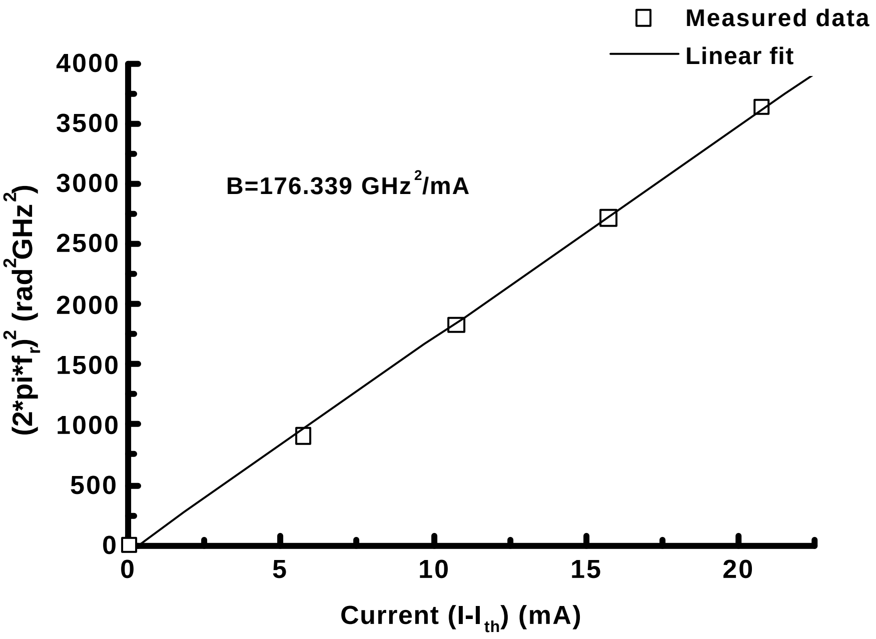

그림 2-5. 바이어스 전류에 따른 공진 주파수

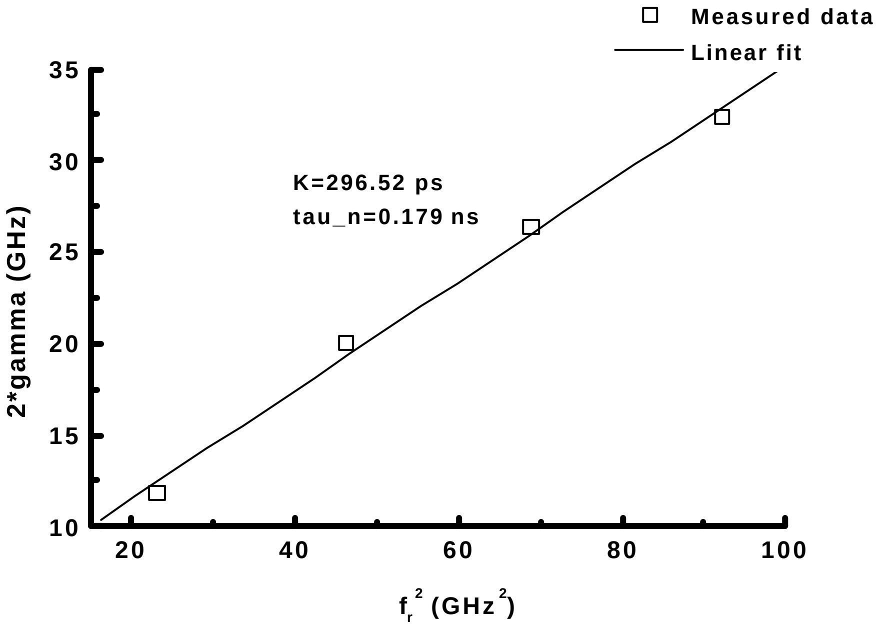

그림 2-6. 공진 주파수와 감쇠 계수

Parameter	**B (GHz^2/mA)**	**K (ps)**	**t_n (ns)**
Value	176.34	296.52	0.179

표 2-3. B, K, τ_n 의 fitting 값

2-4. 광섬유 응답 함수

Chirp 과 관계된 파라미터를 추출하기 위해 직접 변조된 레이저 다이오드의 광섬유 응답 함수를 이용하였다. 주파수 변조된 성분은 분산 매질인 광섬유를 통과하면서 크기 변조 성분으로 나타나게 된다. 이 때 변조 성분이 작다고 가정했을 때 변조된 신호의 광섬유 응답 함수는 다음과 같은 식으로 표현이 가능하다 [17-18].

$$H(\omega) = \cos\theta - \alpha\left(1 - j\frac{f_c}{f}\right)\cdot\sin\theta \tag{9}$$

$$\theta = f^2 \cdot \pi \cdot \lambda^2 \cdot D \cdot L / c$$

식 (9)에서 fc 는 adiabatic chirp 과 dynamic chirp 이 같은 크기를 갖는 주파수로 phase rate equation 에서 small signal 을 가정했을 때 (10)와 같은 식으로 유도할 수 있다.

$$f_c = \frac{\tau_c B(I - I_{th})}{2\pi} \tag{10}$$

실험은 그림 2-2 와 같은 setup 에서 30km 의 SMF (Single Mode Fiber) spool 을 추가하였고 주파수 응답을 측정하여 같은 바이어스 조건에서 전송 전의 주파수 응답을 빼 줌으로써 측정하고자 하는 레이저 다이오드의 광섬유 응답 함수를 구하였다. 이 때 광섬유의 delay 를 고려해 sweep time 은 충분히 길게 하였다.

그림 2-7 은 측정한 광섬유 응답 함수 결과와 식 (9)을 이용해 α, fc, D 의 세가지 파라미터로 fitting 한 결과이고 fitting 에 이용된 값들은 표 2-4 에 정리하였다.

이 때 첫번째 dip 은 α와 fc 에 주로 영향을 받으며 두 번째 dip 은 분산 파라미터에 의해 결정되므로 전송거리는 두 번째 dip 을 포함하도록 충분히 길게 하였다 [18].

2장에서 구한 파라미터 값들을 요약하면 표 2-5와 같다.

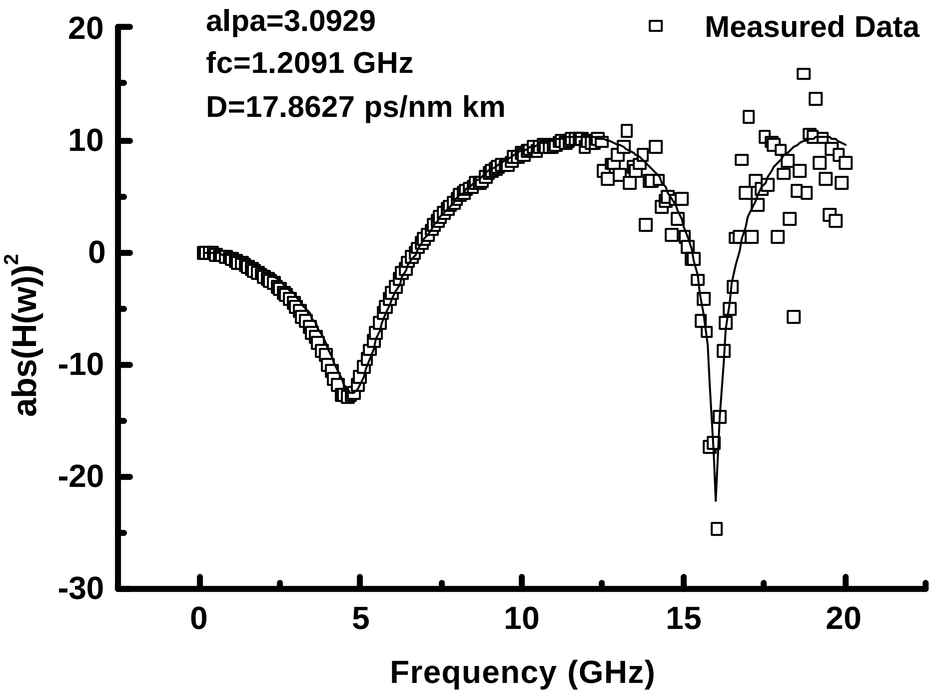

그림 2-8. 광섬유 transfer function

Parameter	a	**f_c (GHz)**	**D (ps/nmχ km)**
Value	3.09	1.21	17.86

표 2-4. α, f_c, D의 fitting 값

Parameters	**Description**	**Dimension**	Value
I_{th}	Threshold Current	mA	17.52
$F=2q\lambda/hc\eta$	-	A/W	12.56
$B=\Gamma g_0/qV$	-	GHz^2/mA	176.34
τ_n	Carrier Life Time	ns	0.179
K	K factor	ps	296.52
f_c	Chirping Frequency	GHz	1.21
α	Linewidth Enhancement Factor	-	3.09
$\tau_c=\varepsilon/g_0$	-	ps	3.18
τ_p	Photon Life Time	ps	4.33
I_s	Spontaneous emission term	μA	12.59

표 2-5. 추출한 파라미터

3. 레이저 다이오드의 비선형 왜곡 분석

3-1. Rate Equation 의 perturbation 분석

다음 식 (11)은 일반적인 반도체 레이저 다이오드의 rate equation 모델을 나타낸 것이다.

$$
\begin{aligned}
\frac{dS(t)}{dt} &= \Gamma g_0 \frac{N(t)-N_t}{1+\varepsilon S(t)} S(t) - \frac{S(t)}{\tau_p} + \frac{\Gamma\beta}{\tau_n} N(t) \\
\frac{dN(t)}{dt} &= \frac{I(t)}{qV} - \frac{N(t)}{\tau_n} - g_0 \frac{N(t)-N_t}{1+\varepsilon S(t)} S(t) \\
\frac{d\phi(t)}{dt} &= \frac{\alpha}{2}\left[\Gamma g_0 (N(t)-N_t) - \frac{1}{\tau_p}\right]
\end{aligned}
\qquad \text{---(11)}
$$

위 rate equation 모델을 steady-state 을 가정할 때 시간 미분 항은 0 이 되므로 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$
\begin{aligned}
0 &= \Gamma g_0 \frac{N_0-N_t}{1+\varepsilon S_0} S_0 - \frac{S_0}{\tau_p} + \frac{\Gamma\beta}{\tau_n} N_0 \\
0 &= \frac{I_0}{qV} - \frac{N_0}{\tau_n} - g_0 \frac{N_0-N_t}{1+\varepsilon S_0} S_0
\end{aligned}
\qquad \text{--} \quad \text{(12)}
$$

그리고 출력 광 파워와 photon density 간에 (13)과 같은 관계식이 성립하므로 출력 광 파워의 측정을 통해 photon density, S_0 값과 (12)에서 carrier density, N_0 값을 구할 수 있다.

$$
P_0 = \frac{V\eta h\nu}{2\Gamma\tau_p} S_0 \qquad \text{--(13)}
$$

레이저 다이오드의 동적 특성을 알아보기 위해 바이어스가 크지 않음을 가정하면, $\varepsilon S << 1$ 이므로 rate equation 을 (14)와 같이 근사화 할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \Gamma g_0(N-N_t)(1-\varepsilon S)S-\frac{S}{\tau_p}+\frac{\Gamma\beta}{\tau_n}N \\
\frac{dN}{dt} &= \frac{I}{qV}-\frac{N}{\tau_n}-g_0(N-N_t)(1-\varepsilon S)S \\
\frac{d\phi}{dt} &= \frac{\alpha}{2}[\Gamma g_0(N-N_t)-\frac{1}{\tau_p}]
\end{aligned} \tag{14}$$

입력 전류를 작은 크기, ΔI_1 와 주파수, ω로 변조했을 때 응답 성분인 photon density 와 carrier density 그리고 주파수 chirp 은 (15)과 같이 ω의 harmonic 으로 표현할 수 있다 [7, 8].

$$\begin{aligned}
I &= I_0+\frac{1}{2}(\Delta I_1 e^{j\omega t}+\Delta I_1^* e^{-j\omega t}) \\
S &= S_0+\frac{1}{2}(\Delta S_1 e^{j\omega t}+\Delta S_1^* e^{-j\omega t})+\frac{1}{2}(\Delta S_2 e^{j2\omega t}+\Delta S_2^* e^{-j2\omega t})+\cdots \\
N &= N_0+\frac{1}{2}(\Delta N_1 e^{j\omega t}+\Delta N_1^* e^{-j\omega t})+\frac{1}{2}(\Delta N_2 e^{j2\omega t}+\Delta N_2^* e^{-j2\omega t})+\cdots \\
\Delta v &= v_0+\frac{1}{2}(\Delta v_1 e^{j\omega t}+\Delta v_1^* e^{-j\omega t})+\frac{1}{2}(\Delta v_2 e^{j2\omega t}+\Delta v_2^* e^{-j2\omega t})+\cdots
\end{aligned} \tag{15}$$

이 식을 $\Delta v=\frac{1}{2\pi}\frac{d\Phi}{dt}$ 이므로 (14)에 대입하고 주파수 별로 정리해 보면 ω의 1 차 성분들은 (16)과 같이 ΔI_1 값을 안다고 가정했을 때 2 항 1 차 방정식과 같은 형태로 주어진다.

$$\begin{aligned}
a_{11}\times\Delta S_1+a_{12}\times\Delta N_1 &= 0 \\
a_{21}\times\Delta S_1+a_{22}\times\Delta N_1 &= \Delta I_1 \\
\Delta v_1 &= -a_{32}\times\Delta N_1
\end{aligned} \tag{16}$$

(16)식의 각 계수들은 다음과 같이 나타내어지므로 주어진 파라미터 값들과 steady-state 값을 알 때 입력된 원래 변조 성분인 intensity 의 ΔS_1 과 chirp 의 Δv_1 을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
a_{11} &= j\omega-\Gamma g_0(N_0-2\varepsilon N_0 S_0-N_t+2\varepsilon N_t S_0)+\frac{1}{\tau_p} \\
a_{12} &= -\cdot\Gamma g_0(S_0-\varepsilon S_0^2)-\frac{\Gamma\beta}{\tau_n}
\end{aligned}$$

$$a_{21} = qV \cdot g_0(N_0 - 2\varepsilon N_0 S_0 - N_t + 2\varepsilon N_t S_0)$$

$$a_{22} = qV \cdot (j\omega + \frac{1}{\tau_n} + g0(S_0 - \varepsilon S_0^2))$$

$$a_{32} = -\frac{1}{2\pi}\frac{\alpha}{2}\Gamma g_0$$

또 ω의 2 차 harmonic 성분을 분리해 보면 (17)와 같은 2 차 성분들의 또 다른 2 항 1 차 방정식을 유도할 수 있다. 이 식으로부터 intensity 와 chirp 의 2 차 왜곡 성분인 ΔS_2 과 Δv_2 을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} &b_{11}\times\Delta S_2 + b_{12}\times\Delta N_2 = K_1 \\ &b_{21}\times\Delta S_2 + b_{22}\times\Delta N_2 = K_2 \\ &\Delta v_2 = -b_{32}\times\Delta N_2 \end{aligned} \text{ --- } \tag{17}$$

각 계수들은 다음과 같이 rate equation 의 파라미터들과 (16)에서 구한 1 차 성분들의 값으로 표현된다.

$$K_1 = \Gamma g_0 / 2 \cdot (\Delta N_1 \Delta S_1 - \varepsilon(N_0 \Delta S_1^2 + 2S_0 \Delta N_1 \Delta S_1) + \varepsilon N_t \Delta S_1^2)$$

$$K_2 = -g_0 / 2 \cdot (\Delta N_1 \Delta S_1 - \varepsilon(N_0 \Delta S_1^2 + 2S_0 \Delta N_1 \Delta S_1) + \varepsilon N_t \Delta S_1^2)$$

$$b_{11} = j2\omega - \Gamma g_0 (N_0 - 2\varepsilon N_0 S_0 - Nt + 2\varepsilon Nt S_0) + \frac{1}{\tau_p}$$

$$b_{12} = -\Gamma g_0 (S_0 - \varepsilon S_0^2) - \frac{\Gamma\beta}{\tau_n}$$

$$b_{21} = g_0 (N_0 - 2\varepsilon N_0 S_0 - Nt + 2\varepsilon Nt S_0)$$

$$b_{22} = j2\omega + \frac{1}{\tau_n} + g_0 (S_0 - \varepsilon S_0^2)$$

$$b_{32} = -\frac{1}{2\pi}\frac{\alpha}{2}\Gamma g_0 \Delta N_2$$

이로부터 intensity 와 chirp 성분에 포함되어 있는 레이저 다이오드의 고유한 동적 특성에 의한 2 차 왜곡 성분은 식 (18), (19)와 같이 구할 수 있다.

$$\Delta S_2 = \frac{K_1 b_{22} - K_2 b_{12}}{b_{11} b_{22} - b_{21} b_{12}} \text{ --- } \tag{18}$$

$$\Delta v_2 = -b_{32} \frac{K_1 b_{21} - K_2 b_{11}}{b_{12} b_{21} - b_{22} b_{11}} \text{ --- } \tag{19}$$

3-2. 변형된 Rate Equation 의 perturbation 분석

2 장에서 구한 측정 가능한 파라미터들을 이용해 3-1 의 일반적인 rate equation 모델을 변형시키면 다음과 같은 변형된 형태의 P(t)와 X(t)의 rate equation 을 얻을 수 있다 [15].

$$
\begin{aligned}
&\frac{dP(t)}{dt} = \frac{B\tau_n I_{th}(X(t)-1)+1/\tau_p}{1+FB\tau_p\tau_c P(t)}P(t) - \frac{P(t)}{\tau_p} \\
&\frac{dX(t)}{dt} = \frac{I(t)}{I_{th}\tau_n} - \frac{FB\tau_p(X(t)-1)+F/I_{th}\tau_n}{1+FB\tau_p\tau_c P(t)}P(t) - \frac{X(t)}{\tau_n} \text{------------------------} \qquad (20) \\
&\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2}B\tau_n I_{th}(X(t)-1)
\end{aligned}
$$

여기서 P(t) 는 출력 광 파워를 나타내며 X(t)는 N(t)/Nth 로 상대적인 carrier density 를 의미한다. 이를 3-1 과 같은 방법으로 풀면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

P(t), X(t) 그리고 I(t)를 상수로 놓으면 시간 미분 항은 0 이 되고 다음과 같이 P_0 와 X_0 그리고 I_0 의 관계를 얻을 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&0 = \frac{B\tau_n I_{th}(X_0-1)+1/\tau_p}{1+FB\tau_p\tau_c P_0}P_0 - \frac{P_0}{\tau_p} \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{-----------------------------------} \qquad (21) \\
&0 = \frac{I_0}{I_{th}\tau_n} - \frac{FB\tau_p(X_0-1)+F/I_{th}\tau_n}{1+FB\tau_p\tau_c P_0}P_0 - \frac{X_0}{\tau_n}
\end{aligned}
$$

Rate equation 의 phase 와 주파수 변조인 chirp 의 관계가 다음과 같으므로 변조항인 I(t)를 ω의 single tone 으로 변조했다고 가정하면 P(t), X(t), 그리고 Δv(t)를 상수와 그의 harmonic term 으로 표현할 수 있다.

$\Delta v(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\phi(t)}{dt}$ 이므로 식 (22)를 변형된 rate equation 에 넣어 정리하면 ω의 harmonic term 들로 정리할 수 있고 여기서는 2 차 항까지만 고려하였다.

$$\begin{aligned}
I(t) &= I_0 + \frac{1}{2}(\Delta I_1 e^{jwt} + \Delta I_1^* e^{-jwt}) \\
P(t) &= P_0 + \frac{1}{2}(\Delta P_1 e^{jwt} + \Delta P_1^* e^{-jwt}) + \frac{1}{2}(\Delta P_2 e^{j2wt} + \Delta P_2^* e^{-j2wt}) + \Lambda \\
X(t) &= X_0 + \frac{1}{2}(\Delta X_1 e^{jwt} + \Delta X_1^* e^{-jwt}) + \frac{1}{2}(\Delta X_2 e^{j2wt} + \Delta X_2^* e^{-j2wt}) + \Lambda \\
\Delta v(t) &= v_0 + \frac{1}{2}(\Delta v_1 e^{jwt} + \Delta v_1^* e^{-jwt}) + \frac{1}{2}(\Delta v_2 e^{j2wt} + \Delta v_2^* e^{-j2wt}) + \Lambda
\end{aligned} \quad \text{------ (22)}$$

$e^{j\omega t}$ **에 관한 항들을 정리하면 다음과 같이** 1 **차 항들간의 간단한 관계식을 얻을 수 있다**.

$$\begin{aligned}
&a_{11} \times \Delta P_1 + a_{12} \times \Delta X_1 = 0 \\
&a_{21} \times \Delta P_1 + a_{22} \times \Delta X_1 = \Delta I_1 \\
&\Delta v_1 = -a_{32} \times \Delta X_1
\end{aligned} \quad \text{-- (23)}$$

여기서 각 계수 $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$, **그리고** a_{32} **는** P_0, X_0, I_0 **에 의한 식으로 표현된다**.

$$\begin{aligned}
a_{11} &= j\boldsymbol{w}(1 + FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c P_0) + (B\boldsymbol{t}_n I_{th} + 2FB\boldsymbol{t}_c P_0 - B\boldsymbol{t}_n I_{th} X_0) - I_s I_{th} B\boldsymbol{t}_n\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c X_0 \\
a_{12} &= -(B\boldsymbol{t}_n I_{th} P_0 + \frac{I_s I_{th} B\boldsymbol{t}_n}{F} + I_s I_{th} B\boldsymbol{t}_n\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c P_0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{21} &= -(\frac{FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c}{I_{th}\boldsymbol{t}_n} I_0 - FB\boldsymbol{t}_p X_0 + FB\boldsymbol{t}_p - \frac{F}{I_{th}\boldsymbol{t}_n} - \frac{FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c}{\boldsymbol{t}_n} X_0) / (\frac{1}{I_{th}\boldsymbol{t}_n} + \frac{FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c}{I_{th}\boldsymbol{t}_n} P_0) \\
a_{22} &= j\boldsymbol{w}(1 + FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c P_0) + FB\boldsymbol{t}_p P_0 + \frac{1}{\boldsymbol{t}_n} + \frac{FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c}{\boldsymbol{t}_n} P_0) / (\frac{1}{I_{th}\boldsymbol{t}_n} + \frac{FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c}{I_{th}\boldsymbol{t}_n} P_0) \\
a_{32} &= -\frac{1}{2\boldsymbol{p}}\frac{\boldsymbol{a}}{2} B\boldsymbol{t}_n I_{th}
\end{aligned}$$

위 방정식에서 ΔI_1 **이나** ΔP_1 **중 한 성분만 알면** 2 **항** 1 **차 방정식이 되므로 다른 항들을 구할 수 있다**.

먼저 ΔI_1 **를 일정한 상수로 놓고 시뮬레이션 한 결과와 위에서 해석적으로 푼 결과를 비교하였다. 또 실험적으로는** ΔI_1 **는** active region **에 들어가는 전류의 양이므로** package **나** chip **의** parasitic **그리고** mount **에 의한 효과를 고려하지 않고는 얻을 수 없으므로 간접적으로** parasitic **에 의한** 1 **차적인 결과 성분인** ΔP_1 **를 측정함으로써 위 방정식을 통해 나머지 항들인** ΔI_1, ΔP_1, **그리고** Δv_1 **을 구하는 방법을 택하**

였다. 그렇게 얻은 결과를 다음의 2 차 항 해석에 이용해 얻은 2 차 왜곡 성분과 실험적으로 측정한 data 를 비교하였다.

2 차 성분인 $e^{j2\omega t}$ 항에 관해 정리하면 2 차 성분에 관한 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &b_{11} \times \Delta P_2 + b_{12} \times \Delta X_2 = K_1 \\ &b_{21} \times \Delta P_2 + b_{22} \times \Delta X_2 = K_2 \\ &\Delta v_2 = -b_{32} \times \Delta X_2 \end{aligned} \qquad \text{---} \quad (24)$$

그리고 각 계수들은 1 차 성분의 계산에서 구한 값들에 의한 식으로 이루어진다.

$$b_{11} = j2\boldsymbol{w}(1 + FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c P_0) - B\boldsymbol{t}_n I_{th} X_0 + B\boldsymbol{t}_n I_{th} + 2FB\boldsymbol{t}_c P_0 - I_s I_{th} B\boldsymbol{t}_n\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c X_0)$$

$$b_{12} = -(B\boldsymbol{t}_n I_{th} P_0 + \frac{I_s I_{th} B\boldsymbol{t}_n}{F} + I_s I_{th} B\boldsymbol{t}_n\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c P_0)$$

$$b_{21} = -(\frac{FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c}{I_{th}\boldsymbol{t}_n} I_0 - FB\boldsymbol{t}_p X_0 + FB\boldsymbol{t}_p - \frac{F}{I_{th}\boldsymbol{t}_n} - \frac{FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c}{\boldsymbol{t}_n} X_0)$$

$$b_{22} = j2\boldsymbol{w}(1 + FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c P_0) + FB\boldsymbol{t}_p P_0 + \frac{1}{\boldsymbol{t}_n} + \frac{FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c}{\boldsymbol{t}_n} P_0)$$

$$b_{32} = -\frac{1}{2\boldsymbol{p}}\frac{\boldsymbol{a}}{2} B\boldsymbol{t}_n I_{th}$$

$$K_1 = -j\boldsymbol{w}\cdot FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c \Delta P_1^2 + B\boldsymbol{t}_n I_{th} \Delta X_1 \Delta P_1 - FB\boldsymbol{t}_c \Delta P_1^2 + I_s I_{th} B\boldsymbol{t}_n\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c \Delta X_1 \Delta P_1$$

$$K_2 = -j\boldsymbol{w}\cdot FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c \Delta X_1 \Delta P + \frac{FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c}{I_{th}\boldsymbol{t}_n} \Delta I_1 \Delta P_1 - FB\boldsymbol{t}_p \Delta X_1 \Delta P_1 - \frac{FB\boldsymbol{t}_p\boldsymbol{t}_c}{\boldsymbol{t}_n} \Delta X_1 \Delta P_1$$

위의 간단한 방정식에 의해 intensity 과 chirp 의 2 차 왜곡 성분인 ΔP_2 와 Δv_2 의 크기와 위상을 구할 수 있다.

$$\Delta P_2 = \frac{K_1 b_{22} - K_2 b_{12}}{b_{11} b_{22} - b_{21} b_{12}} \qquad \text{---} \quad (25)$$

$$\Delta v_2 = -b_{32} \frac{K_1 b_{21} - K_2 b_{11}}{b_{12} b_{21} - b_{22} b_{11}} \qquad \text{---} \quad (26)$$

3-3. 시뮬레이션 결과

위의 분석을 통해 얻은 결과를 rate equation 을 시뮬레이션 한 결과와 비교하기 위해 ΔI_1 을 모든 주파수에서 일정한 크기와 위상를 갖도록 하여 계산하였다. 그림 3-1 은 intensity 성분 중 변조된 원래 신호와 레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 2 차 왜곡 성분의 크기를 그림 3-2 는 chirp 성분 중의 변조된 원래 신호와 2 차 왜곡 성분의 크기를 나타낸 것이다. 분석적인 결과와 시뮬레이션 결과가 일치함을 확인할 수 있다. 또 그림 3-3 은 intensity 성분 중 변조된 원래 신호와 2 차 왜곡 성분의 위상을 그림 3-4 는 chirp 성분 중의 변조된 원래 신호와 2 차 왜곡 성분의 위상을 나타낸 것이다. 위상 결과는 고주파로 갈수록 약간의 차이를 보이지만 주파수에 따른 경향은 같게 나타났다.

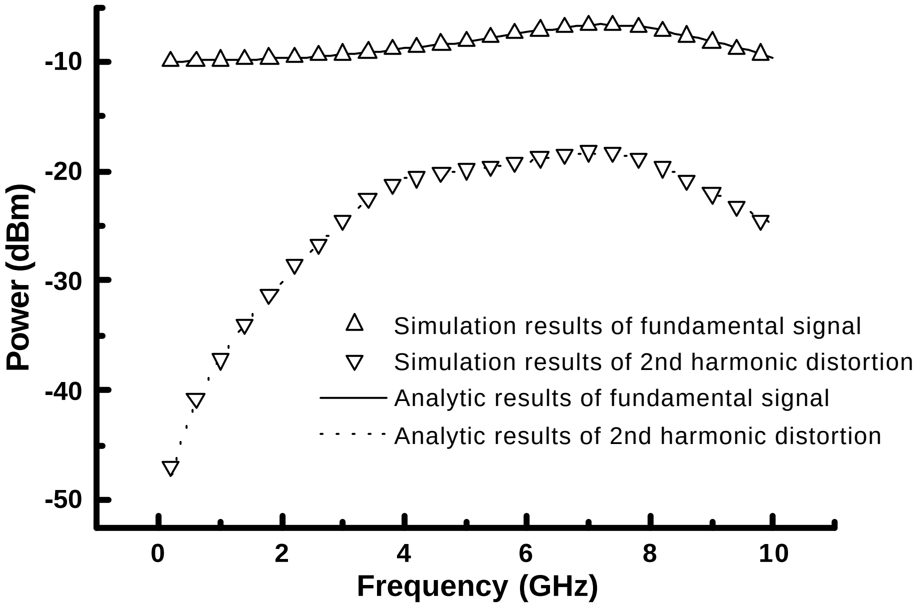

그림 **3-1**. Intensity **성분에서의 변조 신호와** 2 **차 왜곡 성분의 크기**

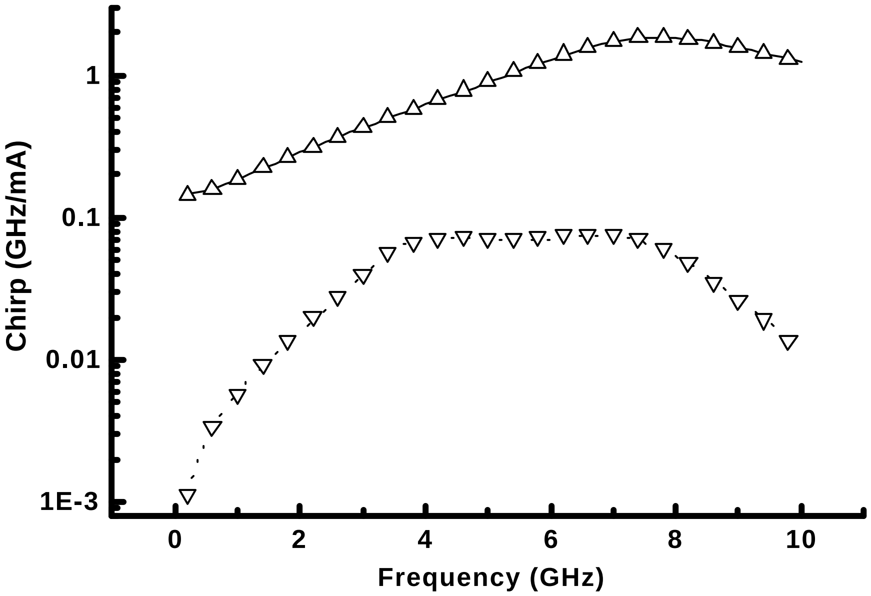

그림 **3-2.** Chirp **성분에서의 변조 신호와** 2 **차 왜곡 성분의 크기**

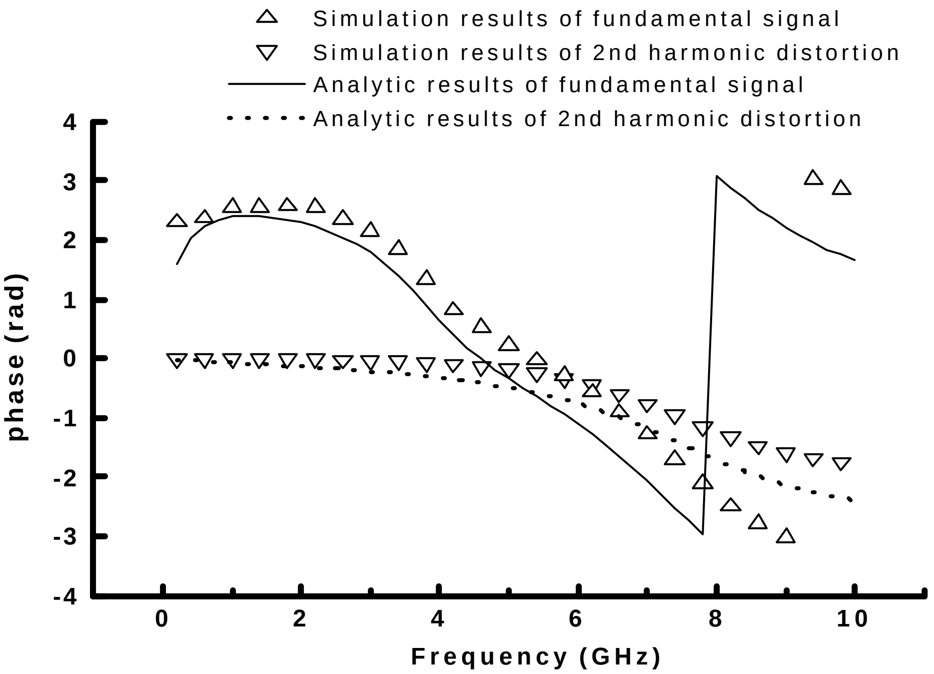

그림 **3-3**. Intensity **성분에서의 변조 신호와** 2 **차 왜곡 성분의 위상 관계**

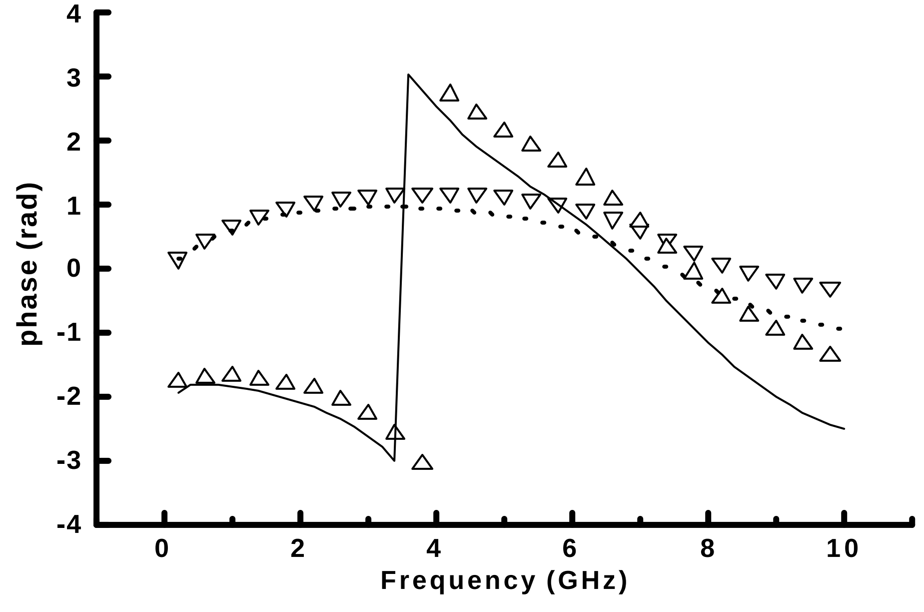

그림 3-4. Chirp **성분에서의 변조 신호와** 2 **차 왜곡 성분의 위상 관계**

3-4. 실험결과

실험은 그림 3-5 와 같이 signal generator 를 이용해 200MHz 부터 10GHz 까지 200MHz 씩 증가시키면서 레이저 다이오드의 직접 변조하였고 광검출기를 통해 검출된 변조된 원래 신호와 2차 왜곡 성분을 RF spectrum analyzer 로 관찰하였다.

실험을 통해 얻은 data 는 고유한 레이저 다이오드의 동적 특성 이외에 package 나 mount 에 의한 효과를 포함하고 있으므로 분석적으로 얻은 결과와 비교하기 위해 위 효과를 모두 포함해서 나온 1 차적인 결과인 광검출기를 통해 검출된 원래 신호를 이용하였다. 측정된 원래 신호의 RF 파워를 그림 3-6 의 광검출기의 응답 특성을 고려하여 ΔP_1 을 계산하였고 이를 바탕으로 (23)식에 의해 ΔX_1 과 Δv_1 을, 다시 (25)식에 의해 ΔP_2 를 얻을 수 있다. 이렇게 얻은 결과를 주파수에 따른 광검출기의 응답 특성을 고려하여 RF 파워를 계산하였고 이를 그림 3-7 에 나타내었다. 2장에서 rate equation 을 통해 분석적으로 얻은 결과와 실제 측정된 2차 왜곡 성분의 결과가 상당히 일치함을 확인할 수 있다.

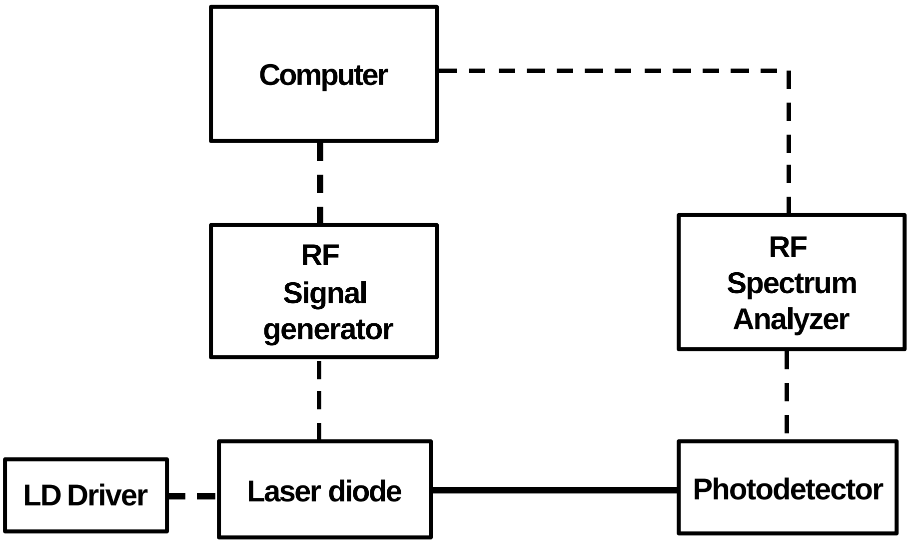

그림 3-5. 실험 setup

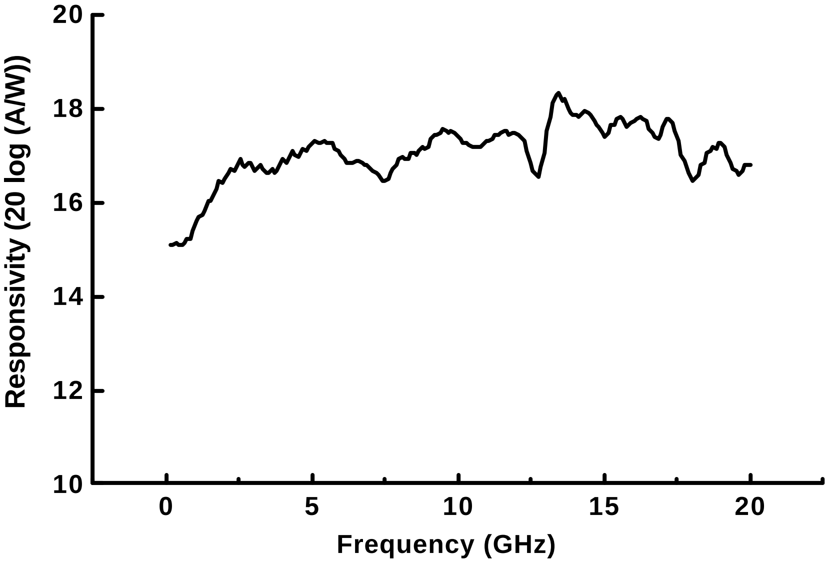

그림 3-6. 광검출기의 주파수 응답

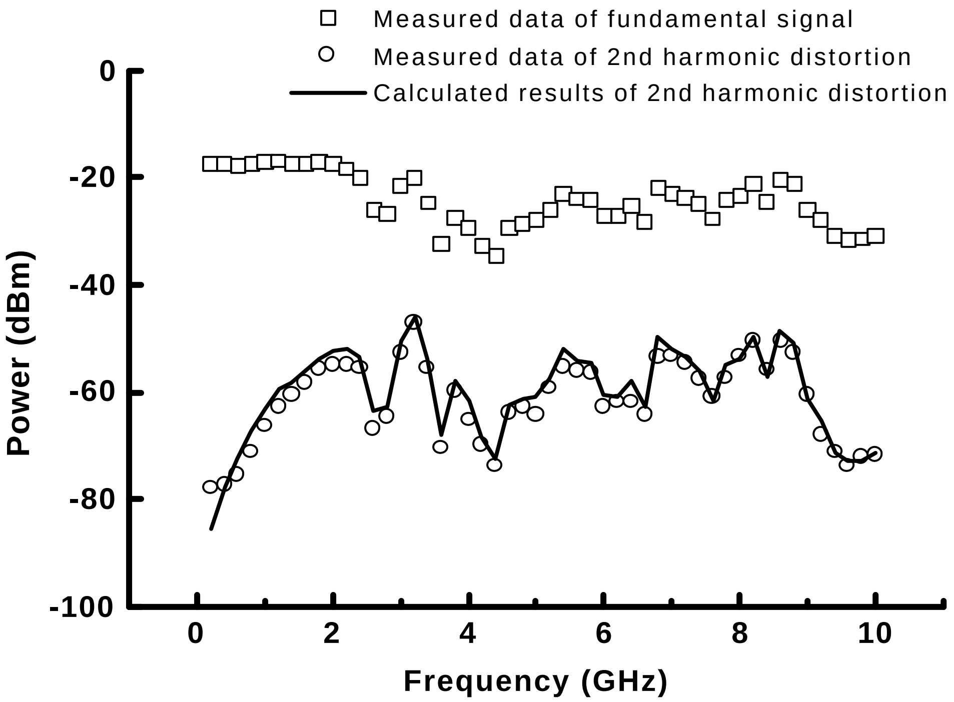

그림 3-7. 2차 왜곡 성분의 측정 결과

4. 광섬유 색분산에 의한 직접 변조된 레이저 다이오드의 비선형 왜곡

4-1. 분석

직접 변조했을 때 생기는 harmonic 성분 중 2 차 harmonic 성분을 고려하여 E-field 형태로 나타내면 각각의 intensity 성분과 chirp 성분의 곱으로 나타낼 수 있다. 2 차 harmonic 성분을 포함함으로써 보다 정확한 E-field 모델을 구할 수 있고 광섬유 색분산에 의해 생기는 2차 왜곡 성분을 보다 정확한 분석을 할 수 있다.

$$\begin{aligned} E(t,z=0) \cong P_0^{1/2}(1+m_{IM1}\cos(\boldsymbol{w}\cdot t+\boldsymbol{j}_{IM1})+m_{IM2}\cos(2\boldsymbol{w}\cdot t+\boldsymbol{j}_{IM2}))^{1/2} \\ \cdot\exp(i\cdot m_{FM1}\cos(\boldsymbol{w}\cdot t+\boldsymbol{j}_{FM1})+i\cdot m_{FM2}\cos(2\boldsymbol{w}\cdot t+\boldsymbol{j}_{FM2})) \end{aligned} \text{--------(27)}$$

3-2 에서 rate equation 을 통해 구한 결과를 이용하면 각각의 변조 지수와 위상은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & m_{IM\,1}=\Delta P_1/P_0, m_{IM\,2}=\Delta P_2/P_0 \\ & \boldsymbol{j}_{IM\,1}=\arg(\Delta P_1), \boldsymbol{j}_{IM\,2}=\arg(\Delta P_2) \quad \text{--} \quad (28) \\ & m_{FM\,1}=\Delta v_1/f, m_{FM\,2}=\Delta v_2/2f \\ & \boldsymbol{j}_{FM\,1}=\arg(\Delta v_1), \boldsymbol{j}_{FM\,2}=\arg(\Delta v_2) \end{aligned}$$

여기서 구한 E-field 형태를 이용한 전송결과를 유도하기 위한 방법은 [8-9]처럼 series 전개를 수치적인 방법을 통해 할 수 있고 또 [14]처럼 Bessel function 의 summation theorem을 이용해 분석적인 식의 형태로도 구할 수 있다. 어떤 방법이든 과정은 E-field 를 주파수 성분으로 분리한 다음 각 주파수 성분의 phase 변화가 분산 파라미터와 주파수 제곱에 비례한다는 사실을 이용한 것이다. 여기서는 보다 정확한 계산을 위해서 Fast Fourier Transform 을 이용한 수치해석의 방법을 이용하였다.

먼저 결과 예측을 위해 [14]의 large signal analysis 를 통해 분석해 보면, 먼저 intensity 성분의 변조 지수가 작다고 가정하고 square root 를 없애면서 변조된 원래 신호의 1 차 성분까지 그리고 공진에 의한 2 차 왜곡 성분도 1 차 성분까지 고려하였다. 그리고 chirp 성분은 Bessel 전개 하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}E(t, z=0) &\cong P_0^{1/2}\left(1+\frac{m_{IM1}}{2}\cos(\boldsymbol{w}\cdot t+\boldsymbol{j}_{IM1})+\frac{m_{IM2}}{2}\cos(2\boldsymbol{w}\cdot t+\boldsymbol{j}_{IM2})\right)\\ &\cdot\left(J_0(m_{FM1})+\sum_{k=-\infty}^{\infty}J_k(m_{FM1})\cdot e^{jk(w\cdot t+j_{IM1})}\right)\\ &\cdot\left(J_0(m_{FM2})+\sum_{k=-\infty}^{\infty}J_k(m_{FM2})\,e^{jk(2w\cdot t+j_{IM2})}\right)\\ &\cong P_0^{1/2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n(z=0)\cdot e^{inw\cdot t}\end{aligned} \qquad \text{--------}\ (29)$$

그리고 광섬유를 통해 전송된 E-field 의 각 주파수 성분들은 광섬유 색분산에 의해 각각 다른 위상 변화를 갖게 된다.

$$C_n(z)=e^{i\cdot n^2\cdot q(z)}\cdot C_n(0) \qquad \text{--}(30)$$

$$\boldsymbol{q}(z)=\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{l}^2\cdot D\cdot L\cdot f^2$$

마지막으로 광검출기를 통해 검출된 전류는 E-field 의 제곱에 비례하므로 다음과 같은 결과 식을 유도할 수 있다 [14].

$$\begin{aligned}I_{\det}(\boldsymbol{w}, z) &= R(\boldsymbol{w})P_0\, i\exp^{i\Delta f_1}\, J_1(u_1)\cdot J_0(u_2)[1-i\frac{m_{IM1}}{2}\cos\boldsymbol{q}_1(J_0(u_1)e^{-i\Delta f_1}-J_2(u_1)e^{i\Delta f_1})\\ &/J_1(u_1)-i\frac{m_{IM2}}{2}\cos\boldsymbol{q}_2(J_{-1}(u_2)e^{-i\Delta f_2}-J_1(u_2)e^{i\Delta f_2})/J_0(u_2)]\cdot e^{i(wt+f_{IM1})}\end{aligned}$$

$$\text{--}(31)$$

$$u_1 = 2m_{FM1}\sin\boldsymbol{q}_1, \qquad \boldsymbol{q}_1=\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{l}^2\cdot D\cdot L\cdot f^2$$
$$u_2 = 2m_{FM2}\sin\boldsymbol{q}_2, \qquad \boldsymbol{q}_2=2\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{l}^2\cdot D\cdot L\cdot f^2$$

$$
\begin{aligned}
I_{\det}(2\boldsymbol{w}, z) = {} & R(2\boldsymbol{w})P_0 i^2 \exp^{\,i2\Delta f_1} J_2(u_1)\cdot J_0(u_2)[1-i\frac{m_{IM1}}{2}\cos\boldsymbol{q}_1(J_1(u_1)e^{-i\Delta f_1} - J_3(u_1)e^{i\Delta f_1}) \\
& / J_2(u_1) - i\frac{m_{IM2}}{2}\cos\boldsymbol{q}_2(J_{-1}(u_2)e^{-i\Delta f_2} - J_1(u_2)e^{i\Delta f_2}) / J_0(u_2)]\cdot e^{i(2wt+2f_{IM1})} \\
& + R(2\boldsymbol{w})P_0 i \exp^{\,i\Delta f_2} J_0(u_1)\cdot J_1(u_2)[1-i\frac{m_{IM1}}{2}\cos\boldsymbol{q}_1(J_{-1}(u_1)e^{-i\Delta f_1} - J_1(u_1)e^{i\Delta f_1}) \\
& / J_0(u_1) - i\frac{m_{IM2}}{2}\cos\boldsymbol{q}_2(J_0(u_2)e^{-i\Delta f_2} - J_2(u_2)e^{i\Delta f_2}) / J_1(u_2)]\cdot e^{i(2wt+f_{IM2})}
\end{aligned}
$$

-- (32)

$u_1 = 2m_{FM1}\sin\boldsymbol{q}_1, \qquad \boldsymbol{q}_1 = 2\boldsymbol{p}\cdot \boldsymbol{l}^2 \cdot D\cdot L\cdot f^2$

$u_2 = 2m_{FM2}\sin\boldsymbol{q}_2, \qquad \boldsymbol{q}_2 = 4\boldsymbol{p}\cdot \boldsymbol{l}^2 \cdot D\cdot L\cdot f^2$

2 장에서 구한 위상 분석의 결과를 살펴보면 그림 4-1 에서 $\Delta \boldsymbol{f}_2 = \boldsymbol{f}_{FM2} - \boldsymbol{f}_{IM2} \cong \boldsymbol{p}/2$ 임을 알 수 있다. 따라서 $J_{-1}(u_2)e^{-i\Delta f_2} - J_1(u_2)e^{i\Delta f_2} \cong 0$ 이므로 위 식은 다음과 같이 간단하게 정리할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
I_{\det}(\boldsymbol{w}, z) \cong {} & R(\boldsymbol{w})P_0 i \exp^{\,i\Delta f_1} J_1(u_1)\cdot J_0(u_2)[1-i\frac{m_{IM1}}{2}\cos\boldsymbol{q}_1(J_0(u_1)e^{-i\Delta f_1} - J_2(u_1)e^{i\Delta f_1}) \\
& / J_1(u_1)]\cdot e^{i(wt+f_{IM1})}
\end{aligned}
$$

-- (33)

$$
\begin{aligned}
I_{\det}(2\boldsymbol{w}, z) = {} & R(2\boldsymbol{w})P_0 i^2 \exp^{\,i2\Delta f_1} J_2(u_1)\cdot J_0(u_2)[1-i\frac{m_{IM1}}{2}\cos\boldsymbol{q}_1(J_1(u_1)e^{-i\Delta f_1} - J_3(u_1)e^{i\Delta f_1}) \\
& / J_2(u_1)]\cdot e^{i(2wt+2f_{IM1})} \\
& + R(2\boldsymbol{w})P_0 i \exp^{\,i\Delta f_2} J_0(u_1)\cdot \frac{u_2}{2}[1-i\frac{m_{IM1}}{2}\cos\boldsymbol{q}_1(J_{-1}(u_1)e^{-i\Delta f_1} - J_1(u_1)e^{i\Delta f_1}) \\
& / J_0(u_1) - \frac{m_{IM2}}{u_2}\cos\boldsymbol{q}]\cdot e^{i(2wt+f_{IM2})}
\end{aligned}
$$

-- (34)

따라서 식(33)에 의해 공진에 의한 2 차 왜곡 성분이 광섬유 색분산을 겪고 난 후에 변조된 원래에 미치는 영향은 거의 없음을 알 수 있다. 그러나 색분산을 겪고 난 후의 2 차 왜곡 성분에는 (34)에서처럼 변조된 원래 신호와 공진에 의한 2 차

왜곡 성분이 동시에 영향을 미치고 있음을 알 수 있다. 그리고 이 크기는 그림 4-2 처럼 2 차 왜곡 성분에 의한 변조 지수가 공진 주파수의 반 정도에서 상대적으로 크게 나타나므로 그 미치는 영향도 크다고 할 수 있다.

[14]의 분석에서는 square root 안의 intensity 성분을 1 차 항으로 근사화했으므로 보다 정확한 계산을 위해서 다음과 같이 수치 해석 방법을 사용하였다.

$$E(\mathbf{w}, z=0) = FFT(E(t, z=0))$$
$$E(\mathbf{w}, z=L) = E(\mathbf{w}, z=0) \times e^{ipl^2 D\cdot L\cdot f^2}$$
$$E(t, z=L) = IFFT(E(\mathbf{w}, z=L))$$

$I_{\det}(t, z=L) \propto \left|E(t, z=L)\right|^2$ 이므로

$$I_{\det}(w, z=L) = R(w) \times FFT(\left|E(t, z=L)\right|^2)$$

그리고 레이저 다이오드에 의한 변조된 원래 신호성분만을 고려한 분석 방법 [9, 10]과 비교하기 위해 다음 field 형태의 식을 통해 계산된 결과를 표시하였다.

$$E(t, z=0) \cong P_0^{1/2}(1+m_{IM1}\cos(w\cdot t+j_{IM1}))^{1/2}\exp(i\cdot m_{FM1}\cos(w\cdot t+j_{FM1})) \text{ --(35)}$$

그리고 레이저 다이오드에 동적 특성을 부분적으로 고려한 분석 방법[12, 13]과 비교하기 위해 다음 field 형태의 식을 통해 계산된 결과를 표시하였다.

$$E(t, z=0) \cong P_0^{1/2}(1+m_{IM1}\cos(w\cdot t+j_{IM1})+m_{IM2}\cos(w\cdot t+j_{IM2}))^{1/2}\exp(\cdot m_{FM1}\cos(w\cdot t+j_{FM1}))$$

--(36)

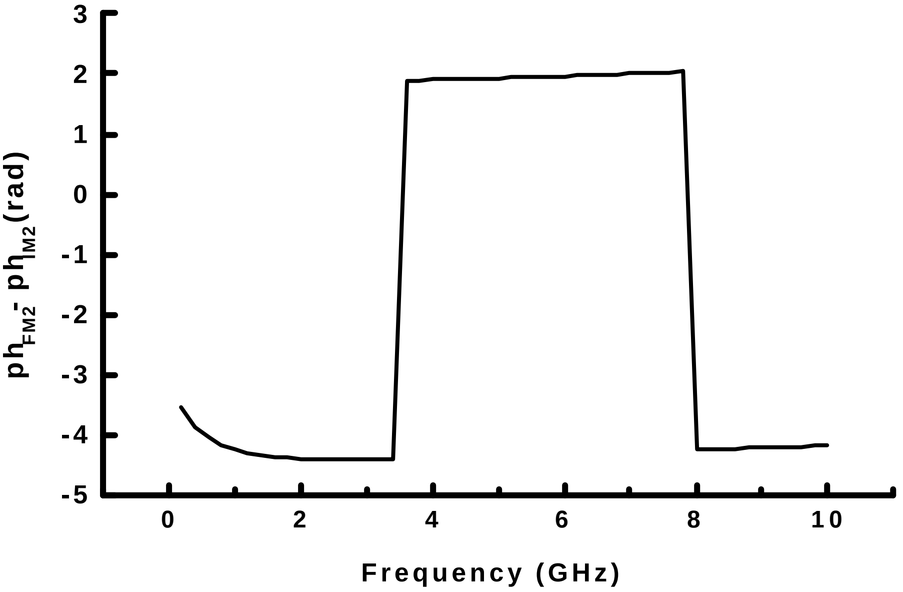

그림 4-1. $\Delta\phi_2$ (=ϕ_{FM2}-ϕ_{IM2})의 분석 결과

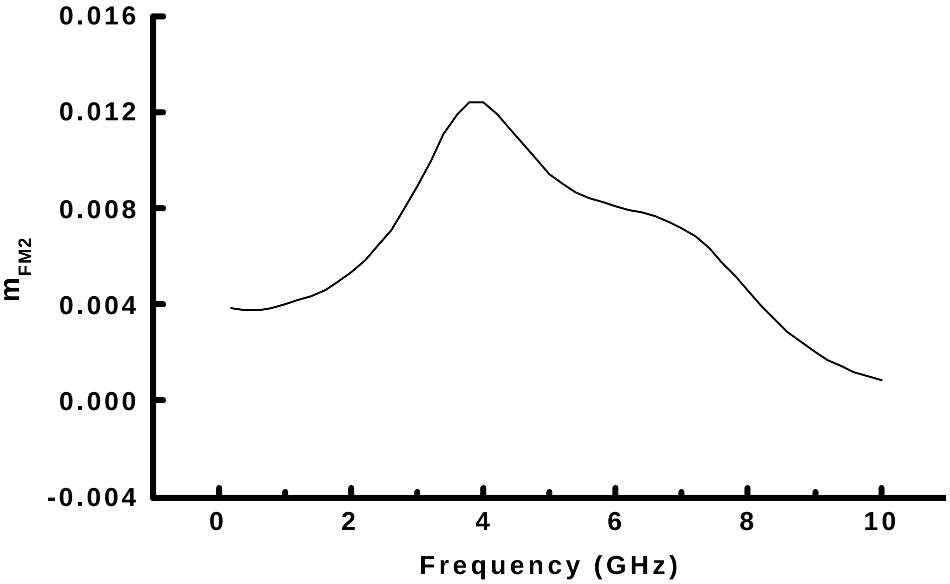

그림 4-2. m_{FM2} 의 분석 결과

4-2. 시뮬레이션 결과

2 장에서 구한 파라미터와 3 장에서 perturbation 방법으로 얻은 결과 식을 이용해 얻은 결과를 시뮬레이션 한 결과와 비교하였다. 먼저 전송거리를 고정하고 광섬유의 색분산만 고려했을 때의 변조된 원래 신호와 2 차 왜곡 성분을 관찰하였다. 변조된 원래 신호는 공진에 의한 2 차 왜곡 성분을 고려한 결과와 거의 차이가 나지 않았다. 그러나 광섬유 색분산에 의해 생긴 2 차 왜곡 성분의 결과는 (30)식의 레이저 다이오드의 동적 특성을 고려하지 않은 결과와 (31)식의 intensity 성분의 왜곡만을 고려한 결과와 비교할 때 그림 4-3 에서처럼 공진 주파수의 반정도 부근에서 잘 맞지 않음을 알 수 있다. 이는 공진에 의한 2 차 왜곡 성분이 공진 주파수의 반 부근에서 크게 나타나기 때문이다. 따라서 결과적으로 공진에 의한 2 차 왜곡 성분을 intensity 성분과 chirp 성분에 모두 포함한 (22)식에 의한 결과는 전 주파수 영역에서 시뮬레이션 결과와 일치하였다. 그림 4-4 는 4GHz 로 변조된 신호를 전송 거리를 변화시켜 가며 변조된 원래 신호와 2 차 왜곡 성분을 시뮬레이션 한 결과이다. 전송거리가 짧을 때는 레이저 다이오드의 공진에 의한 왜곡 성분이 지배적이므로 레이저 다이오드의 동적 특성을 고려하지 않은 결과는 전혀 다른 결과를 가져오는 것을 볼 수 있으며 intensity 성분의 왜곡만을 고려한 결과는 전송거리가 늘어남에 따라 실험 결과와 다른 경향을 나타내고 있다.

전송거리나 주파수가 큰 경우, 즉 색분산에 의한 영향이 큰 경우와 공진에 의한 왜곡이 비교적 작은 저주파 대역에서는 변조된 원래 만 고려한 식으로도 어느 정도 경향을 예측할 수는 있으나 GHz 대역에서 정확한 결과를 얻기는 힘들었다. 따라서 아날로그 광 링크에서 보다 정확한 광섬유 색분산에 의한 왜곡을 모델링 하기 위해서는 레이저 다이오드의 공진에 의한 intensity 성분과 chirp 성분의 왜곡 성분을 모두 고려할 필요가 있다.

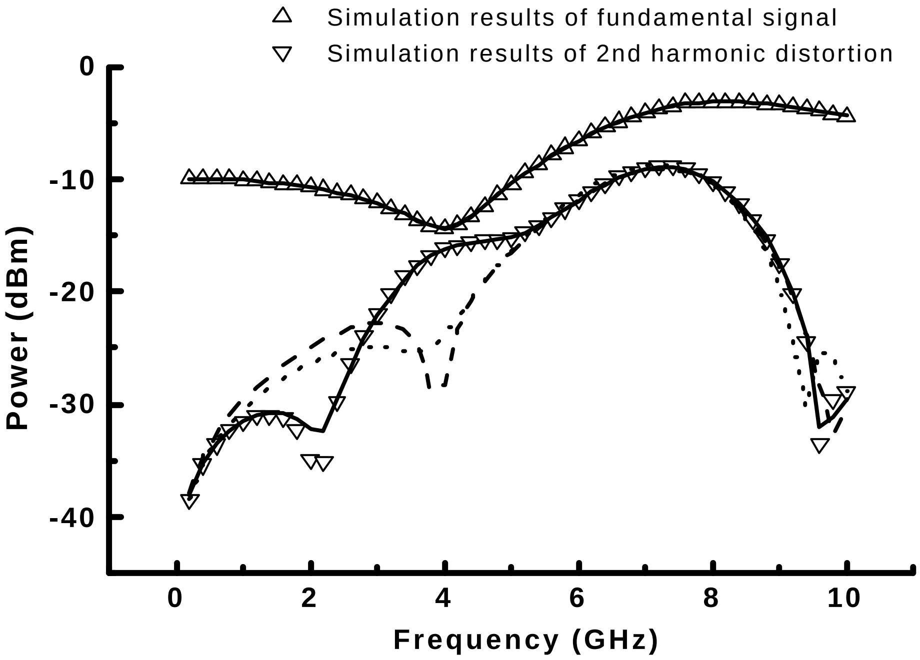

그림 **4-3.** 40km 전송 후 변조 신호와 2 차 왜곡 성분 시뮬레이션 (dot: 시뮬레이션 결과, dotted line: 레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 왜곡을 전혀 고려하지 않은 계산 결과, dashed line: 레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 intensity 성분에서의 왜곡만을 고려한 계산 결과, solid line: 레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 intensity 성분과 chirp 성분에서의 왜곡을 모두 고려한 계산 결과)

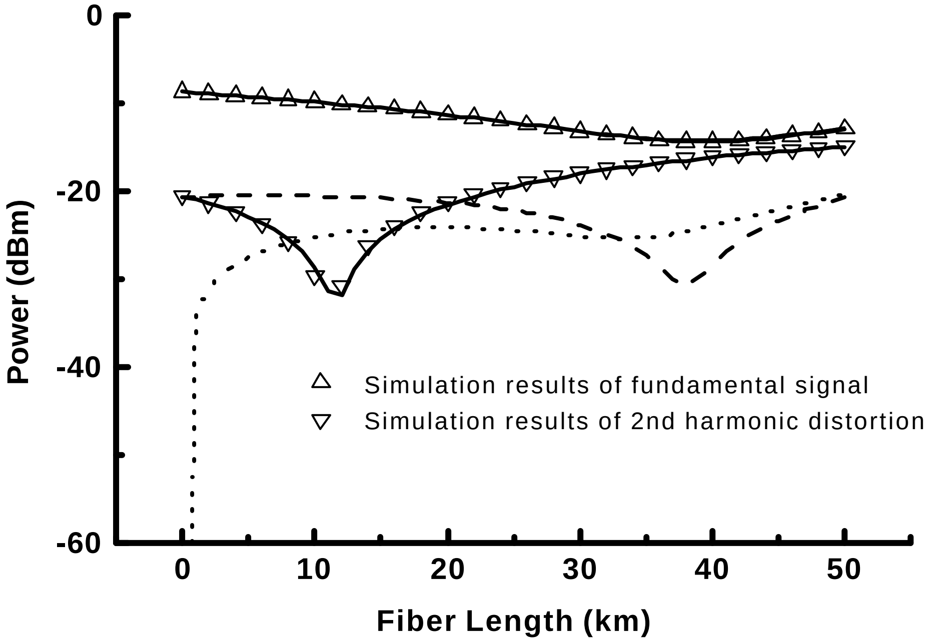

그림 4-4. 4GHz로 변조된 신호와 2차 왜곡 성분의 전송 거리에 따른 시뮬레이션 시뮬레이션 (dot: 시뮬레이션 결과, dotted line: 레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 왜곡을 전혀 고려하지 않은 계산 결과, dashed line: 레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 intensity 성분에서의 왜곡만을 고려한 계산 결과, solid line: 레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 intensity 성분과 chirp 성분에서의 왜곡을 모두 고려한 계산 결과)

4-3. 실험결과

위의 시뮬레이션 결과를 실험적으로 구현하기 위해 먼저 그림 4-4 와 같이 실험 setup 을 갖추고 광섬유에 의한 손실은 EDFA 와 attenuator 로 보상하였다. 먼저 광섬유의 길이를 40km 로 고정하고 레이저 다이오드의 변조 주파수를 200MHz 에서 10GHz 까지 200MHz 씩 바꿔가며 spectrum analyzer 로 변조된 원래 신호와 2 차 왜곡 성분을 측정하였다. 그리고 두 번째 실험은 주파수를 4GHz 로 고정하고 전송거리를 2.5km 씩 증가시키면서 변조된 원래 신호와 2 차 왜곡 성분을 측정하였다. 이 실험에서도 전송 거리에 따른 손실은 EDFA 와 attenuator 로 보상하여 광검출기로 인가되는 파워를 일정하게 유지하였다.

실험 결과 시뮬레이션 결과와 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 공진에 의한 2 차 왜곡 성분을 고려한 결과와 측정한 data 가 거의 모든 주파수 대역에서, 전송거리에서 일치함을 확인하였다. 그러나 변조된 원래 신호만 고려한 결과와 intensity 성분의 왜곡만을 고려한 결과는 공진 주파수 (약 7GHz)의 반 부근에서는 큰 차이를 나타내었다. 그리고 전송 거리에 따른 실험 결과에서도 전혀 다른 결과를 보이고 있다.

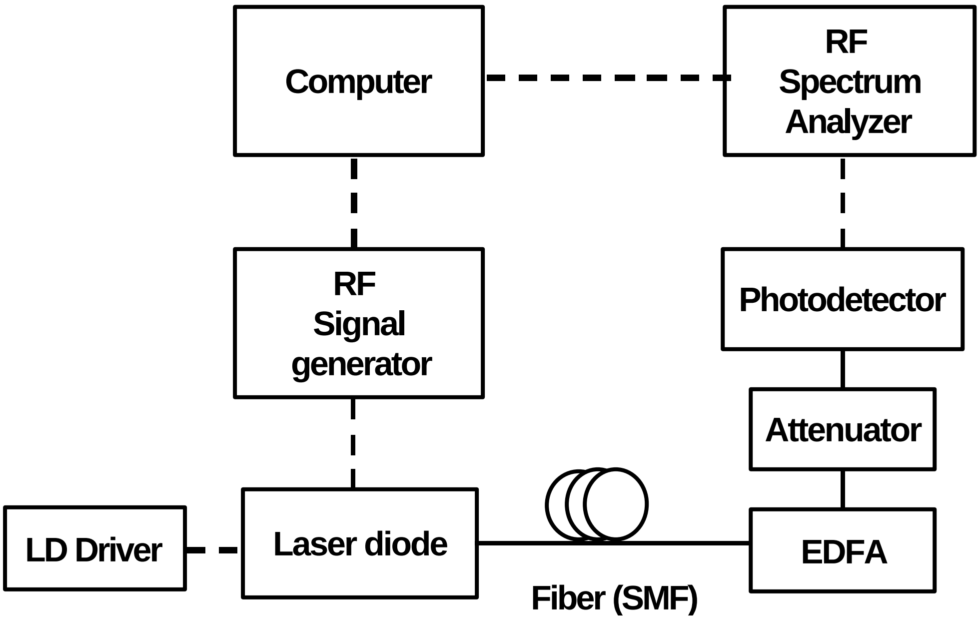

그림 4-5. 실험 setup

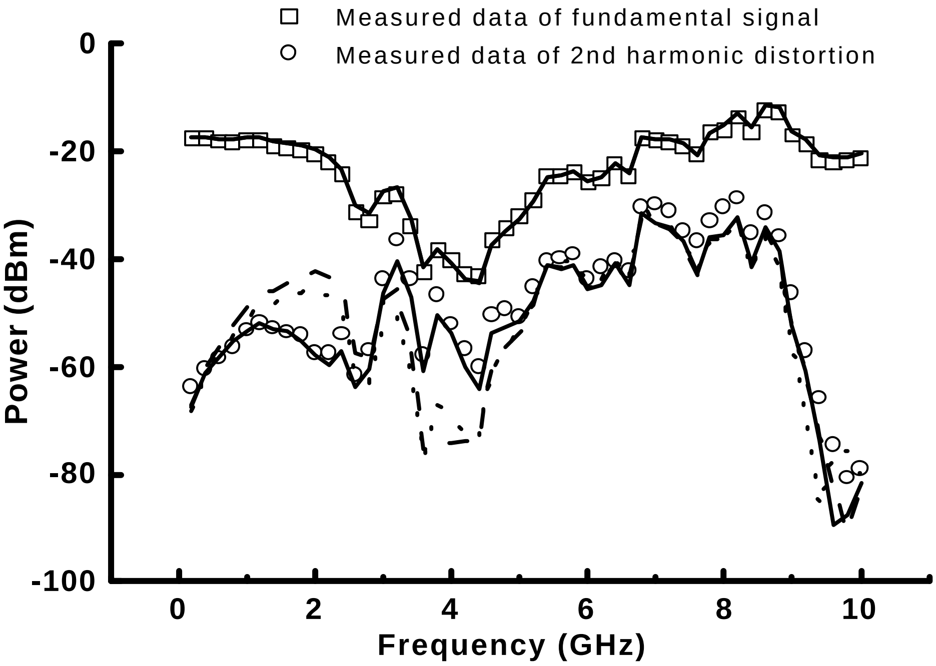

그림 4-6. 40km 전송 후 신호와 2차 왜곡 성분의 측정 결과 (dot: 시뮬레이션 결과, dotted line: 레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 왜곡을 전혀 고려하지 않은 계산 결과, dashed line: 레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 intensity 성분에서의 왜곡만을 고려한 계산 결과, solid line: 레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 intensity 성분과 chirp 성분에서의 왜곡을 모두 고려한 계산 결과)

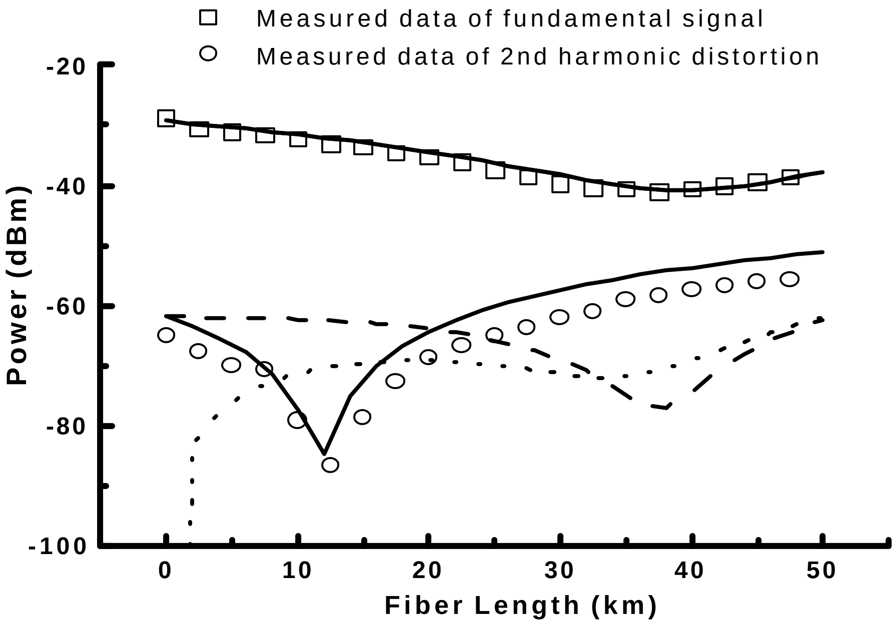

그림 4-7. 4GHz 로 **변조된 신호와** 2 **차 왜곡 성분의 전송 거리에 따른 측정 결과** (dot: **시뮬레이션 결과**, dotted line: **레이저 다이오드의 동적 특성에 의한 왜곡을 전혀 고려하지 않은 계산 결과**, dashed line: **레이저 다이오드의 동적 특성에 의한** intensity **성분에서의 왜곡만을 고려한 계산 결과**, solid line: **레이저 다이오드의 동적 특성에 의한** intensity **성분과** chirp **성분에서의 왜곡을 모두 고려한 계산 결과**)

5. 결론

직접 변조된 레이저 다이오드를 이용한 아날로그 광 링크에서 생기는 비선형 왜곡 성분에 대해 두 가지 원인을 중심으로 분석하였다. 우선 레이저 다이오드 자체의 동적 특성인 공진에 의한 비선형성이 첫 번째이고 주파수 chirp 이 광섬유 색분산을 겪으면서 나타나는 비선형성이 두 번째이다. 이를 rate equation 모델을 중심으로 해석하고 실험적으로 검증하기 위해 먼저 L-I curve 와 주파수 응답 그리고 광섬유 응답 함수를 이용해 rate equation 에 필요한 기본적인 파라미터들을 추출하였다. 그리고 perturbation 분석을 통해 rate equation 을 분석해 레이저 다이오드의 동적 특성에 의해 생기는 고유한 비선형성에 대해 해석적으로 그리고 실험적으로 확인하였다. 또 그 비선형 성분은 intensity 성분 이외에 chirp 성분에도 포함되어 있기 때문에 이를 포함한 광섬유 색분산에 의한 왜곡 모델링은 보다 정확한 해석과 시스템에서의 보다 정확한 왜곡 성분에 대한 예측을 가능하게 함을 실험적으로 확인하였다. 이는 고주파 대역의 아날로그 변조를 이용한 다양한 시스템 설계시 보다 유용한 자료가 될 수 있을 것이다.

참고 문헌

[1] R. Hui, B. Zhu, R. Huang, *et al*, "10-Gb/x SCM Fiber Systems Using Optical SSB Modulation", *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 13, no. 8, pp. 896-898, Aug. 2001.

[2] R. Olshansky, V. A. Lanzisera, and P. M. Hill, "Subcarrier Multiplexed Lightwave Systems for Broad-Band Distribution", *Journal of Lightwave Technology*, vol. 7, no. 9, pp. 1329-1342, Sept. 1989.

[3] T. E. Stern and K. Bala, Multiwavelength Optical Networks, Addison Wesley, 1999

[4] C. H. Cox, G. E. Betts and L. M. Johnson, "An Analytic and Experimental Comparison of Direct and External Modulation in Analog Fiber-Optic Links", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 38, no. 5, pp. 501-509, May 1990.

[5] I. Tomkos, I. Roudas, *et al*, "Measurements of Laser Rate Equation Parameters for Simulating the Performance of Directly Modulated 2.5Gb/s Metro Area Transmission Systems and Networks", OFC 2000, ThB3, pp 692-293.

[6] D. B. Crosby and G. J. Lampard, "Dispersion-Induced Limit on the Range of Octave Confined Optical SCM Transmission Systems", *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 6, no. 8, pp. 1043-1045, Aug. 1994.

[7] J. L. Bihan and G. Yabre, "FM and IM Intermodulation Distortions in Directly Modulated Single-mode Semiconductor Lasers", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol.40, no. 4, pp. 899-903, 1994

[8] J. Helms, "Intermodulation Distortions of Broad-Band Modulated Laser Diodes", *Journal of Lightwave Technology*, vol. 10, no. 12, pp. 1901-1906,

Dec. 1992.

[9] G. J. Meslener, “Chromatic Dispersion Induced Distortion of Modulated Monochromatic Light Employing Direct Detection”, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 20, no.10, pp. 1208-1216, 1984.

[10] C. S. Ih and W. GU, “Fiber Induced Distortion in a Subcarrier Multiplexed Lightwave System”, *IEEE Journal of Selected Areas in Communications*, vol. 8, no. 7, pp. 1296-1303, 1990.

[11] E. E. Bergmann, C. Y. Kuo, and S. Y. Huang, “Dispersion-Induced Composite Second-Order Distortion at 1.5um”, *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 3, no. 1, pp. 59-61, Jan. 1991.

[12] C. Y. Kuo, “Fundamental Nonlinear Distortions in Analog Links with Fiber Amplifiers”, *Journal of Lightwave Technology*. vol. 11, no. 1, pp. 7-15, Jan. 1993.

[13] H. T. Lin and Y. H. Kao, “Nonlinear Distortions and Compensations of DFB Laser Diode in AM-VSB Lightwave CATV Applications”, *Journal of Lightwave Technology*. vol. 14, no. 11, pp. 2567-2574, Nov. 1996.

[14] E. Peral and A. Yariv, “Large-Signal Theory of the Effect of Dispersive Propagation on the Intensity Modulation Response of Semiconductor Lasers”, *Journal of Lightwave Technology*. vol. 18, no. 1, pp. 84-89, Jan. 2000.

[15] L. Bjerkan, A. Royset, and D. Myhre, “Measurement of Laser Parameters for Simulation of High-Speed Fiberoptic Systems”, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 14, no. 5, pp. 839-850, May 1996.

[16] J. C. Cartledge and R. C. Srinivasan, “Extraction of DFB Laser Rate Equation Parameters for System Simulation Performance”, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, no. 5, pp. 852-860, May 1997.

[17] J. Wang and K. Petermann, “Small Signal Analysis for Dispersive

Optical Fiber Communication Systems", *Journal of Lightwave Technology*, vol. 10, no. 1, pp. 96-100, Jan. 1992.

[18] R. C. Srinivasan and J. C. Cartledge, "On Using Fiber Transfer Functions to Characterize Laser Chirp and Fiber Dispersion", *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 7, no. 11, pp. 1327-1329, Nov. 1995.

Abstract

Nonlinear Distortion of Directly Modulated DFB LD in Analog Optical Links

Lee, Ki-Hyuk
Dept. of Electrical and Electronic Eng.
The graduate School
Yonsei University

In the analog optical links using directly modulated laser diode, nonlinear distortions that cause the channel interference, limit the system performance like SCM. Nonlinear distortions are induced by many reasons such as nonlinear L-I curve, intrinsic dynamics of laser diode, and frequency chirp with fiber dispersion. Specially, in the frequency range above 1GHz, distortion induced by laser dynamics can not be neglected. So, we should consider these effects when we estimate dispersion-induced distortions.

First, fitting L-I curve, frequency response subtraction, and fiber transfer function, we extracted parameters for rate equation model which describes laser dynamics. Then we analyzed rate equation using perturbation approach and found relative magnitude and phase of second harmonic distortion. Based on these results we numerically analyzed dispersion induced distortion and found it match well the experimental results in the entire frequency range.

Key words: nonlinear distortion, parameter extraction, second harmonic distortion, dispersion induced distortion