

MQW LD에서 캐리어 전송이
LD 동적특성에 미치는 영향

연세대학교 대학원

전자공학과

구 자 용

MQW LD에서 캐리어 전송이
LD 동적특성에 미치는 영향

지도 최 우 영 교수

이 논문을 석사학위논문으로 제출함


1998년 6월 일


연세대학교 대학원


전자공학과

구 자 용

구자용의 석사학위논문을 인준함

심사위원 최 우영 

심사위원 김 재석 

심사위원 한 상국 

연세대학교 대학원

1998년 6월 일

감사의 글

이 한편의 논문을 마감하면서 대학원 생활동안 졸업의 결실을 맺기까지 부족한 저를 격려해 주시고 아껴주신 여러분들께 진심으로 감사드립니다. 우선, 저에게 학문의 길을 가르쳐 주시고 각별한 관심과 자상하신 배려로 지도해 주신 최우영 교수님과 김봉열 교수님의 은혜에 깊은 감사를 드립니다. 교수님께서 저희들에게 보여주신 공학인의 자세는 앞으로의 사회 생활에 커다란 지침이 되리라 생각합니다.

본 논문을 심사해 주시고 부족한 점을 자상하게 지도해 주신 김재석 교수님과 전파공학과 한상국 교수님께도 감사를 드립니다. 그리고 대학원 생활동안 많은 가르침을 주신 박규태 교수님, 차일환 교수님, 이상배 교수님, 강창언 교수님, 박한규 교수님, 이문기 교수님, 박민용 교수님, 윤대희 교수님, 김재희 교수님, 이재용 교수님, 홍대식 교수님, 송홍엽 교수님, 이철희 교수님, 강문기 교수님께도 감사를 드립니다. 또한 학부시절 사랑과 정성으로 지도해 주신 중앙대학교 양연영 교수님, 정태경 교수님과 어려움에 부딪혔을 때 커다란 힘이 되어주신 홍익대학교 이종창 교수님께도 머리 숙여 감사의 마음을 전하고 싶습니다.

연구실 생활동안 많은 조언과 격려를 해준 태식이, 경환이와 부족한 영을 물심 양면으로 도와준 승우, 그리고 같이 땀을 흘리며 고생한 대학원 동기 상오, 그리고 재미있는 연구실 생활을 같이 했던 용호, 민우, 용상이, 세은이, 성훈이, 유근이, 명수와 서영광씨에게 고마운 마음을 전하고 싶습니다. 또한 연구실 최고참이신 김정태 선배님과 동열이영, 영록이를 비롯한 CADII의 많은 분들, 어려운 대학원 과목을 같이 수강하며 많은 도움을 준

성주, 상운이를 비롯한 CADI의 많은 분들께도 고마움을 전합니다. 그리고, 지금은 졸업했지만 즐거운 시간을 같이했던 대욱이와 귀여운 종수, 한상이, 용규, 정일에게도 다시 한번 고맙다는 말을 하고 싶습니다.

항상 저에게 많은 힘을 준 친구들에게 표현하기 힘들었던 감사의 마음을 전합니다. 고등학교때부터 항상 붙어 다니며 우정을 다짐했던 상운이, 상호, 수민이, 대학동기인 만섭이, 어려울 때 많은 것을 도와준 후배 민규에게 고맙다는 인사를 전합니다.

대학원 생활동안 항상 걱정하고 집에서 내조해준 사랑하는 아내 송혜에게는 어떻게 고마움을 전해야 할지 모르겠습니다. 또한, 항상 동생의 앞길을 염려해 주시고 격려해 주시는 큰 형님 내외분과 타국만리 미국에서 학문에의 열정을 불태우시는 작은 형님과 영수님께도 깊은 감사의 마음을 전합니다.

항상 부족한 아들을 믿고 여러모로 힘이 되어 주시는 부모님께 누구보다도 진심으로 감사드리며, 지난 2년 동안의 대학원 연구 생활을 이 한편의 부끄러운 논문으로 마감하려 합니다.

1998년 6월

구 자 용

차 례

그림 차례	iii
표 차례	v
국문 요약	vi
제 1 장 서론	1
제 2 장 Optical Gain	4
제 2-1 절 Band offset	5
제 2-2 절 단일 양자 우물에서의 밴드 구조	10
2-2-1 전도대(conduction band)	10
2-2-2 가전자대(Valence band)	11
제 2-3 절 Transition strength	15
제 2-4 절 Linear gain	18
제 3 장 레이저 다이오드의 동적 특성	22
제 3-1 절 다중 양자 우물에서의 캐리어 이동 모델 및 근사화 가정	22
제 3-2 절 LD의 비율 방정식	27
제 3-3 절 소신호 해석	29
3-3-1 소신호 비율 방정식	29

3-3-2 Modulation response	31
3-3-3 Chipping	34
제 3-4 절 주요 특성 parameter	35
3-4-1 SCH Transport Time	37
3-4-2 Thermionic Emission time	37
3-4-3 Tunneling time	38
3-4-4 Interwell Transport Time	40
3-4-5 Photon life Time	40
제 4 장 결과 및 고찰	41
제 4-1 절 시뮬레이션 방법	41
제 4-2 절 MQW LD의 DC 과도 응답 특성	42
제 4-2 절 MQW LD의 주파수 응답 특성	47
제 5 장 결론 및 향후 연구 과제	57
부 록(MATLAB code)	59
참 고 문 헌	60
영 문 요 약	65

그림 차례

그림 2-1. (a)양자 우물 구조의 이상적인 광 이득 특성	8
그림 2-1. (b)양자우물 구조의 에너지 밴드 다이어그램과 캐리어 분포	8
그림 2-1. (c)포물선형 근사화된 E-k관계	8
그림 2-1. (d)Fermi-Dirac 분포함수	8
그림 2-2. Strain에 따른 밴드구조의 변화	9
그림 2-3. 70 Å In _{0.77} Ga _{0.23} As _{0.81} P _{0.19} /In _{0.59} Ga _{0.41} As _{0.58} P _{0.42} 양자우물 에서의 E-k관계	13
그림 2-4. kt=0.025(1/Å)일 때 HH1밴드의 envelope function (70 Å In _{0.77} Ga _{0.23} As _{0.81} P _{0.19} /In _{0.59} Ga _{0.41} As _{0.58} P _{0.42})	14
그림 2-5. TE Mode에 대한 transition strength (70 Å In _{0.77} Ga _{0.23} As _{0.81} P _{0.19} /In _{0.59} Ga _{0.41} As _{0.58} P _{0.42})	17
그림 2-6. 캐리어 농도(단위: 1×10 ¹⁸ cm ⁻³) 변화에 따른 광 이득 변화 (70 Å In _{0.77} Ga _{0.23} As _{0.81} P _{0.19} /In _{0.59} Ga _{0.41} As _{0.58} P _{0.42})	20
그림 2-7. 1.55μm의 파장에서 캐리어 농도(단위: 1×10 ¹⁸ cm ⁻³) 변화에 따른 광 이득 변화	21
그림 3-1. MQW LD에서 캐리어의 이동모델	25
그림 3-2. Bias 전류 인가 후 정상상태에서의 캐리어 분포	26
그림 3-3. 다중양자우물 구조에서 터널링과 열적 여기 현상	39
그림 4-1. Bias 전류(10mA) 인가시 광출력의 시간에 대한응답	44

그림 4-2. Bias 전류(10ma) 인가시 우물에서 홀농도의 시간에 대한 변화 (InGaAsP/InGaAsP 우물수:6)	45
그림 4-3. Bias 전류(10ma) 인가시 우물에서 홀농도의 시간에 대한 변화 (InGaAsP/InGaAlAs 우물수:6)	46
그림 4-4. MQW LD 주파수 응답의 전형적인 극점 및 영점 배치 (InGaAsP/InGaAsP 우물수: 9개 $I_{bias}=12mA$)	51
그림 4-5. 바이어스 전류의 변화에 따른 LD의 주파수 응답 특성 (InGaAsP/InGaAsP 우물수: 9개)	52
그림 4-6. 우물간 캐리어 전송시간의 변화에 따른 주파수 응답 특성 (InGaAsP/InGaAsP 우물수: 6개, $I_{bias}: 10mA$)	53
그림 4-7. 양자 우물 개수의 변화에 따른 변조 대역폭의 변화 (광 출력: 40mW)	54
그림 4-8. SCH transport time의 변화에 따른 주파수 응답 특성 (InGaAsP/InGaAsP 우물수: 9 $I_{bias}=18mA$)	55
그림 4-9. 각 파라미터들의 변화에 따른 우세한 극점의 이동 경향	56

표 차례

표 2-1. 본 논문에서 사용된 화합물의 밴드갭 실험식	7
표 3-1. 본 논문에서 사용된 2원화합물의 material parameters	36

국 문 요 약

MQW LD에서 캐리어 전송이 LD 동적특성에 미치는 영향

본 논문에서는 광통신 시스템에서 핵심적인 소자인 다중 양자 우물 레이저 다이오드의 특성을 해석하기 위해 우물간 캐리어 전송이 고려된 비율방정식을 제시하고, 홀에 의해 캐리어 전송이 주관된다는 가정 하에 이를 해석하였다. 가전자대 밴드 혼합 효과를 고려하여 양자 우물 구조의 광 이득을 구하였다. 또한, 다중 양자 우물 레이저 다이오드에서 직류 과도 응답을 구하고 정상상태에서 우물간 캐리어 전송 효과의 영향으로 우물마다 캐리어 농도가 불균일함을 확인하였다. 변조 특성은 우물의 개수와 관계없이 분모가 $j\omega$ 의 3차식인 전달함수로 근사화 될 수 있음을 확인하고, 바이어스 전류, 우물간 캐리어 전달시간, 우물 개수, SCH 전송시간이 변화할 때 주파수 응답을 결정하는 극점의 움직임을 알아보았다. 우물의 개수가 많아지면 우물간의 캐리어 전송의 영향으로 변조속도가 제한될 수 있으며, InGaAlAs 전위 장벽이 이러한 점을 개선하는데 유리함을 확인하였다.

고속 직접 변조를 위한 다중 양자 우물 레이저 다이오드의 최적화된 구조 설계 시, 본 논문에서 제시된 해석 방법은 유용하게 사용될 것으로 기대된다.

핵심되는 말 : 레이저 다이오드, 직접 변조, 다중양자우물, optical gain, 주파수 응답, interwell carrier transport

제 1 장 서 론

반도체 레이저 다이오드(LD)는 광통신에 사용되는 핵심적인 소자이다. LD를 이용한 광전송 방식은 디지털 방식이 주로 사용되고 있으며, 이는 0 또는 1의 광신호를 광전송 매체를 통하여 멀리 전달하는 것이다. 이때 사용되는 디지털 신호는 LD에서 나오는 빛을 외부 변조기에서 변조시켜주거나 LD에 가해주는 입력 전류를 변화시켜 광출력을 변조함으로써 얻어진다. 전자의 외부 변조 방식은 chirp[1](LD의 동적 파장 전이)이 없어 장거리 전송에 적합하지만, 다이오드와 광 변조기를 하나의 소자로 단일 집적하거나 독립적인 외부 변조기를 사용해야 하므로 송신단의 구조가 복잡해진다는 단점이 있다. 반면에 직접 변조 방식은 chirp에 의한 광펄스의 분산으로 전송거리에 제한을 받지만 구조가 간단하고 전송 단가가 싸다는 장점을 지니고 있다. 최근 보고된 바에 의하면 1.55 μm 대역의 InP 계열 LD의 직접 변조 속도는 30GHz[2]에 이르고 있으며 고속 변조시에도 안정된 단일 파장 동작과 고출력 특성을 얻을 수 있어 초고속 장거리 광통신용 시스템의 광원으로 널리 이용되고 있다.

이러한 직접변조 방식에 요구되는 중요한 성능들로는 낮은 발진 개시전류, 넓은 대역폭, 적은 chirp(LD의 발진 파장 변화)등을 들 수 있다. 이 중에서 변조 대역폭은 통신 시스템의 전송 속도와 직접적인 연관이 있어 매우 중요한 특성 중의 하나이다. 지난 십여년 동안 LD의 직접 변조 속도를 높이기 위한 여러 가지의 기법들이 개발되었으며, 다중 양자 우물의 사용, strain[2][3], p-doping[1]등이 그 대표적인 방법이다.

지금까지 발표된 LD의 해석 방법은 Poisson Eq.와 continuity Eq.을 이용한 방법[5][24], Wigner function을 도입한 방법[6][25], 다중 양자 우물의 평균 캐리어 농도를 이용한 방법[26][27]등이 있다. Poisson Eq.와 continuity Eq.을 이용

한 방법은 우물에서 전자와 홀의 농도변화에 대한 식과 우물 위의 3D state에서 전자와 홀의 농도변화에 대한 식, 그리고 광자밀도와 ϵ -field의 변화에 대한 식과 확산(diffusion) 및 표동(drift)전류의 식으로 이루어진 연립 미분 방정식으로 이루어져 있다. 이 방법은 bipolar transport에서 Coulomb interaction을 고려할 수 있고, 우물 위쪽의 3D state의 carrier 농도를 알 수 있다는 장점이 있지만, 식이 복잡하여 우물간 캐리어 전송 효과를 한눈에 알아보기 힘들다는 단점이 있다. Wigner function을 도입한 경우는 nonequilibrium 상태에서 캐리어의 통계적인 분포를 Wigner function으로써 묘사하고 있는데, 이 방법에서는 공간적으로 연속적인 캐리어의 분포를 알 수 있지만 광출력을 나타내는 식이 없어서 변조특성을 구하기 어렵다는 단점이 있다. 또한, 다중 양자 우물의 평균 캐리어 농도를 이용한 방법에서는 단일 양자우물을 묘사하는 rate eq.으로 다중 양자우물을 해석한다. 이 방법은 연립 미분 방정식의 차수가 낮아서 간단하고 해석하기에 간편한 반면에, 각 우물에서의 캐리어 농도를 알 수 없고 우물간 캐리어 전송에 대한 정보가 없다는 단점이 있다.

본 논문에서는 LD의 직접 변조 대역폭을 넓히기 위한 방법 중의 하나로써 사용되는 다중 양자 우물 구조에 대해 고려한다. 다중 양자 우물 구조에서는 우물의 개수가 많아질수록 우물간의 캐리어 전송이 변조 속도에 영향을 많이 주게 되어 이에 대한 정확한 해석이 필요하게 된다. 이를 위해서 홀에 의해 캐리어 전송이 주관된다는 가정 하에 기존의 비율 방정식을 확장 해석하여하여 보다 간편한 방법으로 우물간의 캐리어 전송을 고려하였다. 이러한 방법으로 bias 전류 인가시 각 우물의 캐리어 농도와 광자밀도의 과도 응답 및 정상상태 응답을 알 수 있고, 이로부터 소신호 해석하여 우물간 캐리어 전송이 변조 속도에 미치는 영향을 고려할 수 있다. 하지만 본 논문에서 소개한 방법 또한 간단한 것만은 아니어서, 우물의 개수가 많아지면 그만큼 미분 방정식의 차수가 높아지며, 과도 응답이나 정상상태 응답을 구하려면 계산시간이 그만큼 많이 걸린다는 단점이 있다. 광 이득은 주어진 캐리어 농도와 동작 파장에 대해 density-matrix

formalism[4]로 계산하였다. 차동 이득은 변조속도에 직접적으로 영향을 주는 중요한 요소 중의 하나이기 때문에 정확한 광 이득 계산은 LD의 변조 특성을 알아보기 위해 꼭 필요한 사항이다. 논문에서 제시된 방법들은 모두 컴퓨터를 이용하여 simulation 되었으며, 실험에서 얻어진 결과[14][15]와의 비교에서 본 논문에서 제시한 방법이 타당함을 알 수 있었다.

본 논문의 2장에서는 광 이득에 관해 설명하였다. 여기서 소개된 방법으로 임의의 구조를 갖는 양자 우물에 대한 광 이득 계산이 가능하며, 계산된 결과는 다른 연구결과들[4][13]과 비교하여 검증하였다. band offset은 model solid theory[7]에 근거하여 임의의 성분비를 갖는 III-V족 화합물에 대해 계산할 수 있도록 하였다. 3장에서는 본 논문에서 가정한 내용들을 소개하고, 확장된 비율 방정식에 대한 직류응답 및 교류 응답의 해석방법에 대해 논의하였으며, 사용된 parameter값들에 대해 간단히 언급하였다. 4장에서는 3장의 이론을 근거로 하여 구현한 simulator를 통하여 MQW LD의 직류 및 교류 응답을 구하고 여러 가지 파라미터의 변화에 따른 LD의 변조 특성에 관해 검토하였다. 5장에서는 논문의 결과를 정리하고 앞으로의 연구과제를 제시하였다.

제 2 장 Optical Gain

양자 우물 구조에서 광 이득의 개략적인 모델은 다음과 같다. 그림 2-1(b)와 같은 밴드 구조를 갖는 양자 우물 구조에서는 양자 효과로 인해 E_{c1} 과 E_{v1} 의 에너지 준위를 갖는 부밴드가 생기게 된다. 포물선 형태의 간단한 밴드를 가정할 때 이 부밴드의 E-k관계는 그림 2-1(c)와 같이 나타낼 수 있다. 주어진 캐리어농도에 대한 의사 Fermi 준위는 그림 2-1(d)의 f_c , f_v 와 같으며, 부밴드 안에서 Fermi 분포함수에 따라 홀과 전자가 분포하게 된다. 이렇게 분포된 전자와 홀은 일정한 규율에 따라 정해지는 확률을 가지고 radiative recombination하게 되며 이때의 광 이득이 그림 2-1(a)에 그려져 있다.

그러나, 포물선형 밴드라는 가정은 전도대역에서는 비교적 정확하다고 할 수 있으나, 가전자 대역의 경우 실제의 밴드 구조는 그러한 가정과는 상당히 다른 모양을 띠고 있다. 특히나 양자 우물구조에서 in-plane wave vector k 의 값이 큰 경우 오차는 점점 커지며, 이것이 이득계산에서의 피크 값에 오차를 발생시키게 된다. 뿐만 아니라 좀더 일반적인 경우의 이득을 구하기 위해서는 valence-band mixing effect와 intraband relaxation등의 현상이 고려가 되어야 한다.

본 논문에서는 전도대와 가전자대의 coupling은 무시하였으며, 가전자대의 spin-orbit split-off band는 고려하지 않고 heavy hole과 light hole의 coupling만을 고려하여 해석하였다.

제 2-1 절 Band offset

band offset은 광 이득의 계산이나 캐리어 전달요소를 고려할 때 큰 영향을 주는 요소이다. 본 논문에서는 model solid theory[7]를 이용하여 strain이 고려된 가전자대의 band offset을 계산하고 밴드갭의 실험식을 이용하여 전도대의 band offset을 구하였다. 이때 사용된 밴드갭의 실험식은 표 2-1에 나타내었다. 다음의 계산에서 각 영역의 해당 화합물의 물질 상수는 표 3-1로부터 linear interpolation하여 구하였다.

기판(substrate)위에 strain이 가해져 성장된 층(layer)이 있을 때 이 물질의 strain tensor[4],[8] 값(ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , ϵ_{zz})은 다음과 같다.

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \frac{a_{substrate}}{a_{layer}} - 1, \quad \epsilon_{zz} = -D\epsilon_{xx}$$

여기서 a_i 는 해당 물질의 격자 상수(lattice constant), D 는 일종의 탄성 계수로 $2c_{12}/c_{11}$ 이다. ϵ_{xx} 가 양수일 경우 tensile strain이 가해진 것이고 음수이면 compressive strain이 가해진 것이다. HH band, LH band, SO band의 절대적인 에너지 준위 값의 평균인 $E_{v,av}$ 는 다음과 같다.

$$E_{v,av} = E_{v,av}^0 + a_v \frac{\Delta\Omega}{\Omega}$$

$a_v \Delta\Omega / \Omega$ 는 strain에 의한 에너지 준위 변화 요소 중 hydrostatic component로써 가전자대 에너지 준위의 평균값에 미치는 변화를 뜻한다. 여기서 a_v 는 가전자대의 hydrostatic deformation potential로 표 3-1에서 구할 수 있고, $\Delta\Omega / \Omega$

는 strain으로 인해 변화된 체적의 비율로 $\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}$ 이다. 여기에 strain에 의한 에너지 준위 변화 요소 중 shear component와 spin-orbit splitting을 고려하면 다음과 같다.

$$E_{v,HH} = E_{v,av} + \frac{\Delta_0}{3} - \frac{\delta E}{2}$$

$$E_{v,LH} = E_{v,av} - \frac{\Delta_0}{6} + \frac{\delta E}{4} + \frac{1}{2}[\Delta_0^2 + \Delta_0 \delta E + \frac{9}{4} \delta E^2]^{1/2}$$

여기서 Δ_0 은 spin-orbit splitting energy, δE 는 shear deformation potential b를 써서 $2b(\epsilon_{zz} - \epsilon_{xx})$ 로 나타낼 수 있다. 이렇게 하여 strain이 고려된 가전자대 에너지 준위가 얻어진다.

전도대는 strain에 의한 에너지 준위 변화가 hydrostatic component만 존재한다. 그러므로, 가전자대 에너지 준위에 실험식으로부터 구한 밴드갭 값을 더하고, deformation potential a_c 를 사용하여 가전자대에서의와 같은 방법으로 strain에 의한 에너지 준위 변화를 고려하면 전도대의 에너지 준위가 얻어진다. 이렇게 해서 얻어지는 band offset의 개략적인 모습이 그림 2-2에 그려져 있다. compressive strain의 경우는 밴드갭이 bulk일 때보다 커지고, tensile strain의 경우는 밴드갭이 bulk일 때보다 작아짐을 알 수 있다.

InP 기판에 격자정합된 $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ 의 band offset ΔE_c 은 계산 결과 0.35eV로 나왔으며 이것은 Lang[9]이 실험에서 얻은 0.35eV와 같으며 Forrest[10]가 실험에서 얻은 0.36eV와 근사한 값이다. 본 해석에서 사용된 strain 보상된 InGaAsP/InGaAsP 경우는 ΔE_c 가 strain 정도에 따라 $0.369 \Delta E_g \sim 0.376 \Delta E_g$, strain 보상된 InGaAlAs/InGaAsP 경우는 ΔE_c 가 strain 정도에 따라 $0.52 \Delta E_g \sim 0.56 \Delta E_g$ 의 계산 결과를 보였다.

표 2-1. 본 논문에서 사용된 화합물의 밴드갭 실험식[19]

화합물	300K에서 밴드갭 실험식(eV)
$\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}$	$0.324 + 0.7x + 0.4x^2$
$\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$	$1.35 + 0.668x - 1.068y + 0.758x^2 + 0.078y^2$ $-0.069xy - 0.322x^2y + 0.03xy^2$
$\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ (InP에 격자정합됨)	$1.35 - 0.775y + 0.149y^2$
$\text{In}_{1-x-y}\text{Ga}_y\text{Al}_x\text{As}$	$0.36 + 2.093x + 0.629y + 0.577x^2 + 0.436y^2$ $+ 1.013xy - 2.0xy(1-x-y)$
$\text{In}_{1-x-y}\text{Ga}_y\text{Al}_x\text{As}$ (InP에 격자정합됨)	$0.76 + 0.49x/0.48 + 0.2x^2/0.48^2$

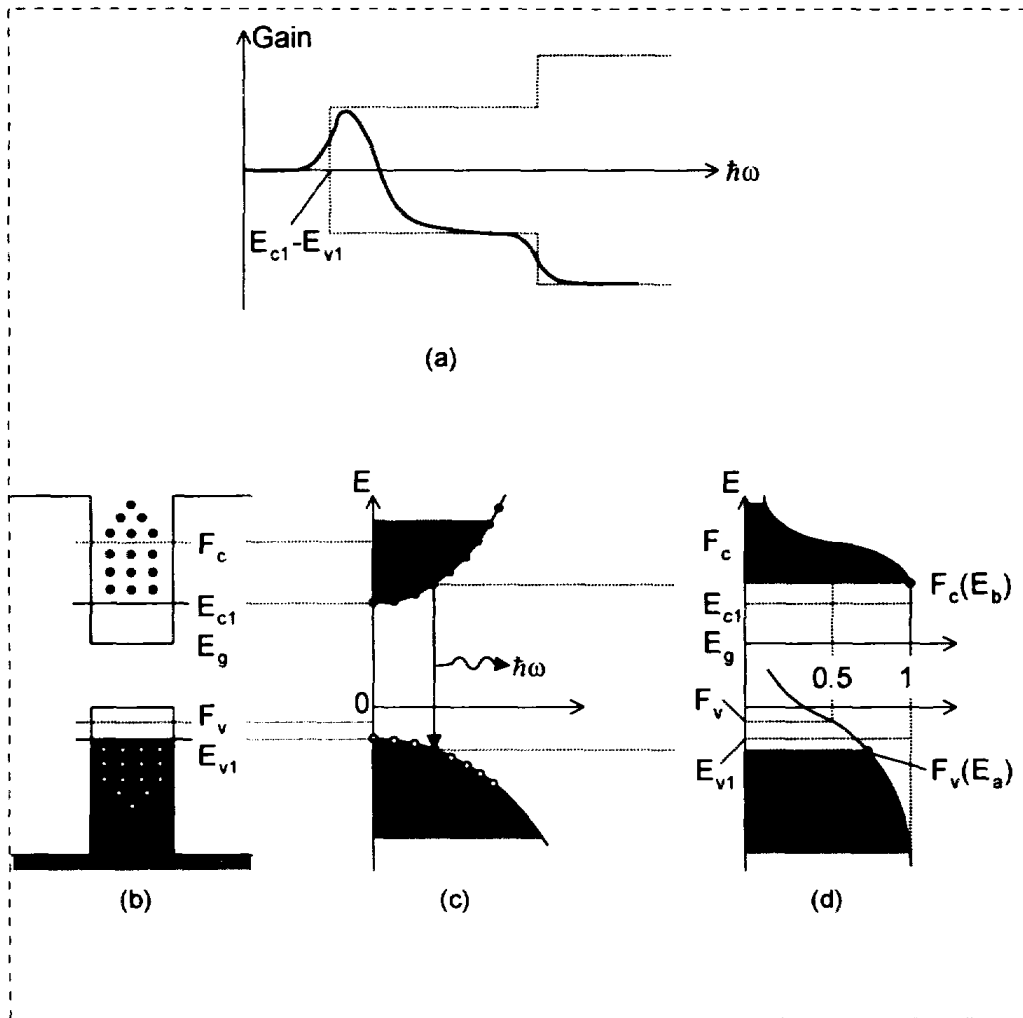


그림 2-1. (a)양자 우물 구조의 이상적인 광 이득 특성 (b)양자우물 구조의 에너지 밴드 다이어그램과 캐리어 분포 (c)포물선형 근사화된 E-k관계 (d)Fermi-Dirac 분포함수

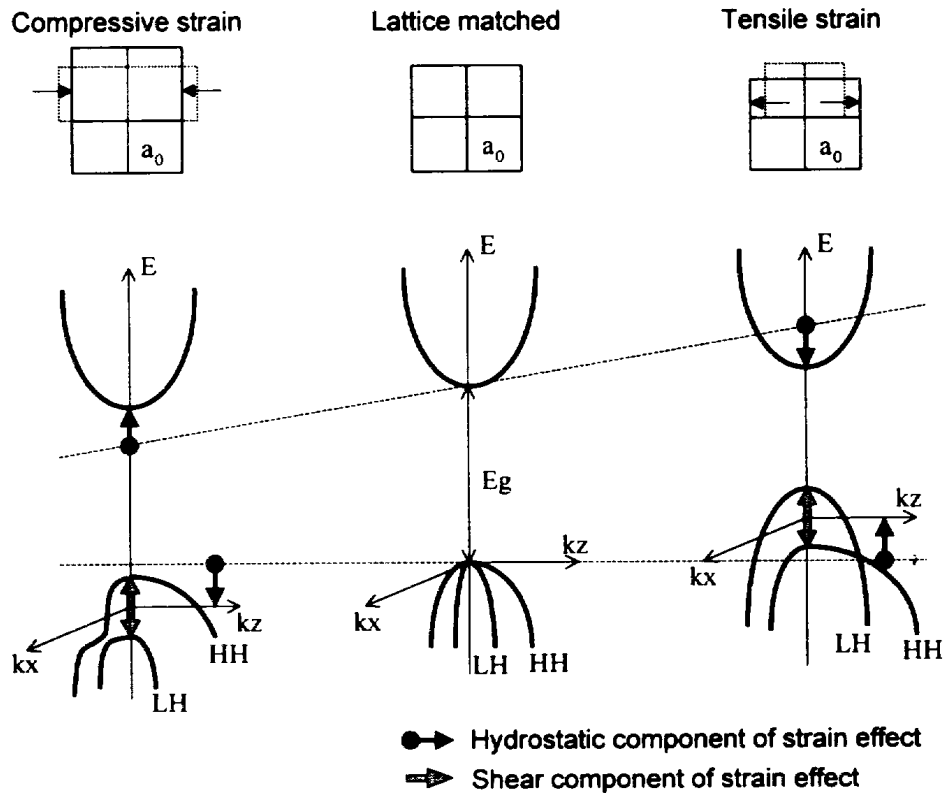


그림 2-2. strain에 따른 밴드구조의 변화

제 2-2 절 단일 양자 우물에서의 밴드 구조

2-2-1 전도대(conduction band)

전도대의 effective mass equation과 Hamiltonian은 다음과 같다.[11]

$$(H_c + V)F_e = E_c F_e, \quad H_c = -\frac{\hbar^2}{2m_c} \nabla^2 \rightarrow \frac{\hbar^2}{2m_c} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \quad (1)$$

이때 potential 의 변화가 z방향을 따라 일어난다고 하면 식(2)를 얻을 수 있고, 이를 FDM(finite difference method)으로 풀면 전도대에 대한 E-k관계와 envelope function을 얻을 수 있다.

$$-\frac{\hbar^2}{2m_i} \frac{d^2 F_z}{dz^2} + (V_i + V_{k,i})F_z = E_c F_z, \quad \text{여기서, } V_{k,i} = \frac{\hbar^2 k_{xy}^2}{2m_i} \quad (2)$$

여기서 i=w,b, 로써 양자 우물과 전위 장벽을 각각 나타내며, 전위 장벽 높이가 V_0 인 quantum well인 경우 $V_w = 0$ 그리고 $V_b = V_0$ 가 된다. 실제로 계산된 전도대역의 E-k관계를 보면 부밴드에 따라 곡률이 약간씩 다른 포물선 형태의 곡선이 얻어진다.

2-2-2 가전자대 (Valence band)

가전자대는 bulk의 경우 heavy hole과 light hole이 2-fold degenerate되어 있으나 양자 우물 구조에서는 wave vector, k 가 0일 때 이 degeneracy가 없어지며 이때의 Bloch function을 고유 vector로 하여 perturbation 방법을 이용하면 k 가 0이 아닐 때의 E-k관계와 envelope function을 얻을 수 있다[12].

이때 사용되는 4×4 Luttinger-Kohn Hamiltonian은 다음과 같다[4][8][13].

$$H = \begin{bmatrix} P+Q+\zeta & R & -S & 0 \\ R^* & P-Q-\zeta & 0 & S \\ -S^* & 0 & P-Q-\zeta & R \\ 0 & S^* & R^* & P+Q+\zeta \end{bmatrix}$$

여기서,

$$P = \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar^2}{m} \right) \gamma_1 (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2), \quad Q = \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar^2}{m} \right) \gamma_2 (k_x^2 + k_y^2 - 2k_z^2),$$

$$S = \sqrt{3} \left(\frac{\hbar^2}{m} \right) \gamma_3 k_z (k_x - ik_y),$$

$$R = - \left(\frac{\hbar^2}{m} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \bar{\gamma} (k_x - ik_y)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} (\gamma_3 - \gamma_2) (k_x + ik_y)^2 \right)$$

위 식에서 m 은 자유전자의 질량이고, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 는 Luttinger parameter이며, $\bar{\gamma} = (1/2)(\gamma_2 + \gamma_3)$ 이다. ζ 는 HH band와 LH band가 strain에 의해 분리된 정도를 나타낸 값이다. 본 논문에서는 해석을 간편히 하기 위해 unitary transformation과 axial approximation을 사용하여 위의 4×4 Hamiltonian을 block diagonalize 하였다.

$$\bar{H} = U H U^\dagger = \begin{bmatrix} H^U & 0 \\ 0 & H^L \end{bmatrix}, \text{ 여기서, } H^\sigma = \begin{bmatrix} P^\pm Q & \tilde{R} \\ \tilde{R}^* & P^\mp Q \end{bmatrix}, \tilde{R} = |R - iS|, \sigma = U(\text{or } L)$$

지금 위쪽과 아래쪽 영역의 envelope function을 나타내면 다음과 같고,

$$\psi_{mk}^U(\mathbf{r}) = \sum_{\nu=1,2} g_m^{(\nu)}(\mathbf{k}_{\parallel}, z) e^{i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \boldsymbol{\rho}} |\nu\rangle, \psi_{mk}^L(\mathbf{r}) = \sum_{\nu=3,4} g_m^{(\nu)}(\mathbf{k}_{\parallel}, z) e^{i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \boldsymbol{\rho}} |\nu\rangle$$

(여기서, $\{|\nu\rangle\}$ 는 transformed basis set이다.)

식(4),(5)를 만족하는 block envelope function $\{g_m^{(\nu)}\}$ 을 FDM으로 풀면 valence band의 E-k관계를 구할 수 있다[4][13].

$$\sum_{\nu=1,2} \left[H_{\nu\nu}^U \left(\mathbf{k}_{\parallel}, -\frac{\partial}{\partial z} \right) + V(z) \delta_{\nu\nu} \right] g_m^{(\nu)}(\mathbf{k}_{\parallel}, z) = E_m^U(\mathbf{k}_{\parallel}) g_m^{(\nu)}(\mathbf{k}_{\parallel}, z) \quad (4)$$

$$\sum_{\nu=1,2} \left[H_{\nu\nu}^L \left(\mathbf{k}_{\parallel}, -\frac{\partial}{\partial z} \right) + V(z) \delta_{\nu\nu} \right] g_m^{(\nu)}(\mathbf{k}_{\parallel}, z) = E_m^L(\mathbf{k}_{\parallel}) g_m^{(\nu+2)}(\mathbf{k}_{\parallel}, z) \quad (5)$$

그림 2-3에 이렇게 계산된 valence band의 E-k관계가 그려져 있다. HH1과 HH 2는 heavy hole 밴드이며 LH1은 light hole 밴드이다. k가 영 근처일 때는 E-k 관계가 포물선과 같은 모양이지만 k가 영에서 벗어날수록 곡률이 바뀌는 것을 볼 수 있다. 이는 heavy hole과 light hole이 서로 섞이는 현상 때문이며, 실제로 k가 영이 아닌 어떤 state에 대한 envelope function을 보면 그림 2-4에 서와 같이 heavy hole의 envelope function과 light hole의 envelope function 모두가 0이 아닌 유한한 값을 갖게 된다. 이러한 현상은 가전자대의 상태 밀도에 크게 영향을 미치며, 포물선형 근사화와의 오차가 심화되는 요인이 된다.

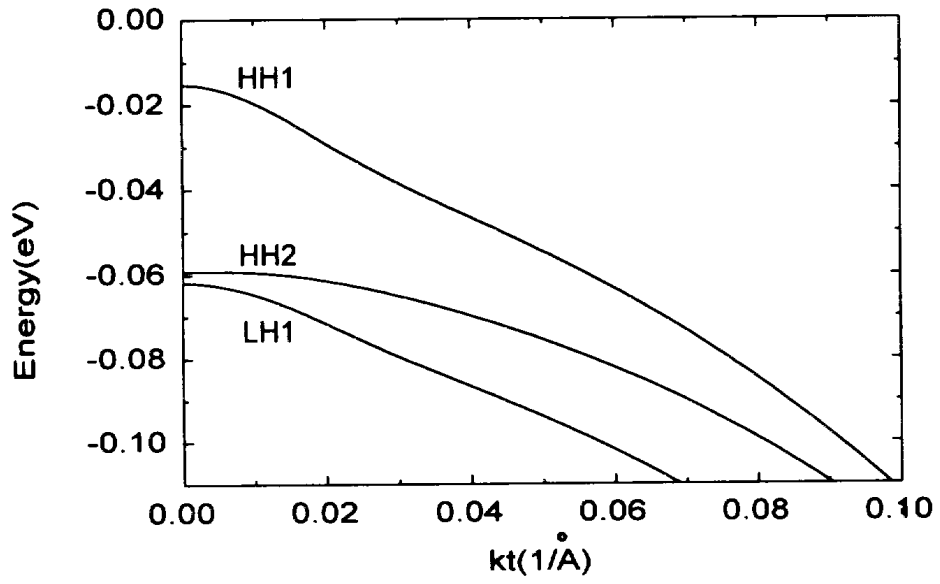


그림 2-3. 70 Å $\text{In}_{0.77}\text{Ga}_{0.23}\text{As}_{0.81}\text{P}_{0.19}/\text{In}_{0.59}\text{Ga}_{0.41}\text{As}_{0.58}\text{P}_{0.42}$ 양자우물에서의 E-k관계

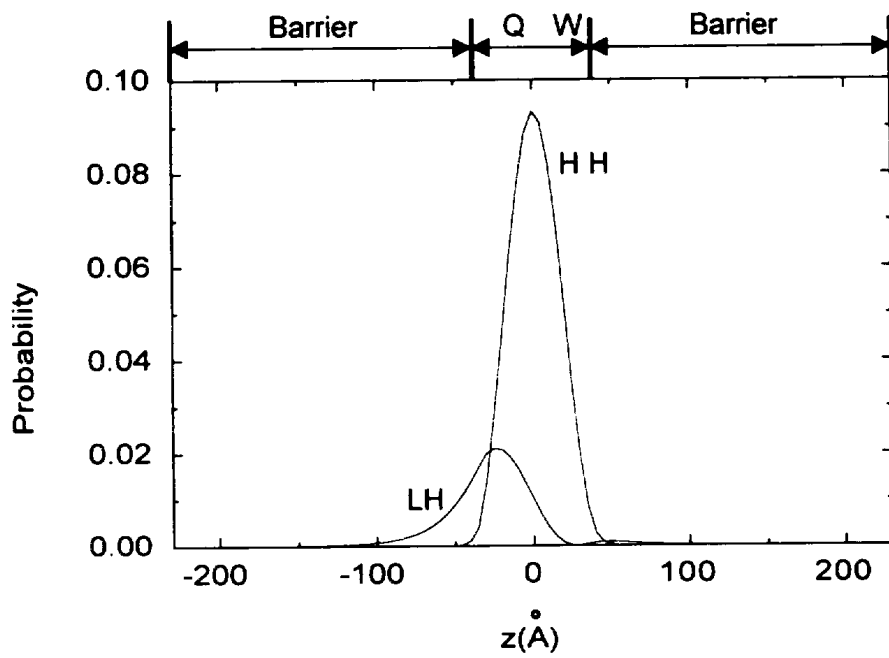


그림 2-4. $kt=0.025(1/\text{Å})$ 일 때 HH1밴드의 envelope function
 ($70 \text{ Å } \text{In}_{0.77}\text{Ga}_{0.23}\text{As}_{0.81}\text{P}_{0.19}/\text{In}_{0.59}\text{Ga}_{0.41}\text{As}_{0.58}\text{P}_{0.42}$)

제 2-3 절 Transition strength

Multi band effective-mass approximation에서 optical dipole matrix element는 다음과 같이 주어진다[4][13].

$$\hat{\epsilon} \cdot M_{lm}^{\sigma}(\mathbf{k}) = \begin{cases} \sum_{\nu=1,2} \langle g_m^{(\nu)} | \phi_l \rangle \langle \nu | \hat{\epsilon} \cdot e\mathbf{r} | S, \eta \rangle & \text{for } \sigma = U \\ \sum_{\nu=3,4} \langle g_m^{(\nu)} | \phi_l \rangle \langle \nu | \hat{\epsilon} \cdot e\mathbf{r} | S, \eta \rangle & \text{for } \sigma = L \end{cases}$$

TE mode에 대해서는

$$|\hat{\epsilon} \cdot M_{lm}^{\eta U}(\mathbf{k})|^2 = \frac{1}{3} \langle S | e\mathbf{z} | Z \rangle^2 \langle \phi_l | g_m^{(2)} \rangle^2,$$

$$|\hat{\epsilon} \cdot M_{lm}^{\eta U}(\mathbf{k})|^2 = \frac{1}{3} \langle S | e\mathbf{z} | Z \rangle^2 \langle \phi_l | g_m^{(3)} \rangle^2 \text{이고,}$$

TM mode에 대해서는

$$|\hat{\epsilon} \cdot M_{lm}^{\eta U}(\mathbf{k})|^2 = \frac{1}{4} \langle S | e\mathbf{x} | X \rangle^2 \left[\langle \phi_l | g_m^{(3)} \rangle^2 + \frac{1}{3} \langle \phi_l | g_m^{(2)} \rangle^2 \right],$$

$$|\hat{\epsilon} \cdot M_{lm}^{\eta U}(\mathbf{k})|^2 = \frac{1}{4} \langle S | e\mathbf{x} | X \rangle^2 \left[\langle \phi_l | g_m^{(4)} \rangle^2 + \frac{1}{3} \langle \phi_l | g_m^{(3)} \rangle^2 \right] \text{이다.}$$

$\langle S | e\mathbf{x} | X \rangle$ 는 s atomic orbital의 성질을 가지고 있는 전도대와 p atomic orbital의 성질을 가지고 있는 가전자대와의 transition matrix element이며 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\langle S | e\mathbf{x} | X \rangle = \langle S | e\mathbf{z} | Z \rangle = -\frac{e\hbar}{\sqrt{2}} \left(\frac{E_G + \Delta}{E_G(E_G + 2\Delta/3)m_c^*} \right)^{1/2} \quad (6)$$

여기서, Δ 은 spin-orbit splitting energy이다.

ϕ 와 g 는 각각 전도대와 가전자대의 envelop function이고, $\langle \phi | g \rangle$ 는 overlap integral을 의미한다.

그림 2-5에 in-plane k vector가 변화함에 따른 band edge 윗 부분에서의 천이 세기가 그려져 있다. 포물선형 모델에서는 C1-HH2 또는 C1-LH1 천이가 일어나지 않는 것으로 풀이되지만, 여기서는 여러 개의 부밴드간의 혼합 효과가 고려되어 있기 때문에 상당한 정도의 천이가 있는 것으로 나타난다. Band edge에서는 부밴드간의 coupling이 없기 때문에 odd parity의 C1-LH1 천이가 영이지만, band edge를 벗어나면 즉시 유한한 값의 천이 확률을 갖는다.

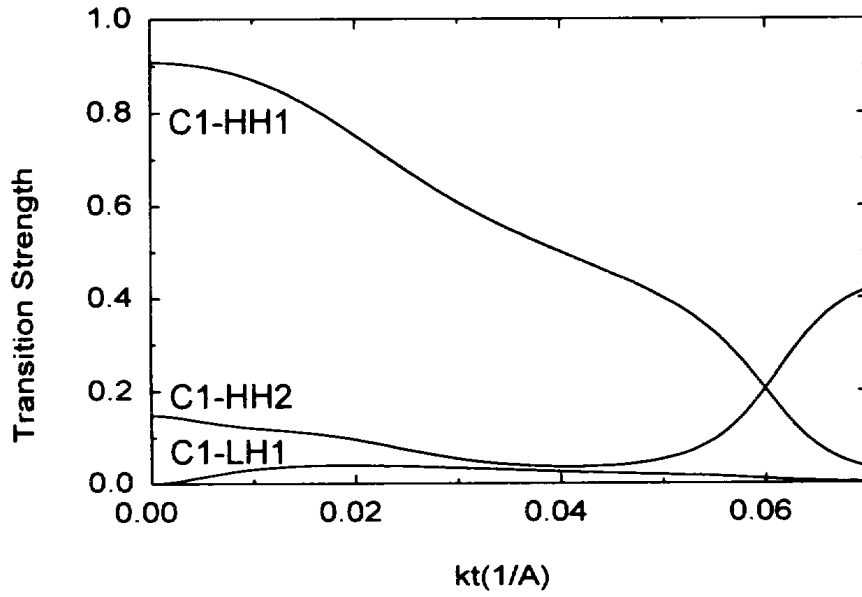


그림 2-5. TE Mode에 대한 transition strength
 (70 Å $\text{In}_{0.77}\text{Ga}_{0.23}\text{As}_{0.81}\text{P}_{0.19}/\text{In}_{0.59}\text{Ga}_{0.41}\text{As}_{0.58}\text{P}_{0.42}$)

제 2-4 절 Linear gain

Intraband relaxation time을 포함한 선형 optical susceptibility $\chi^{(1)}$ 는 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다[4][13].

$$\epsilon_0 \chi^{(1)} = \frac{1}{V} \sum_{\sigma, \eta} \sum_{l, m} \sum_{\mathbf{k}} |\hat{\epsilon} \cdot M_{lm}^{\eta\sigma}(\mathbf{k})|^2 \times \frac{f_c^l - f_{h,\sigma}^m}{E_l^c(\mathbf{k}) - E_m^{h,\sigma}(\mathbf{k}) + E_G - \hbar\omega - i\hbar/\tau_{in}} \quad (7)$$

여기서, σ 는 앞에서 언급한 Hamiltonian의 위쪽과 아래쪽 block을 나타내고, η 는 spin state, l 과 m 은 부밴드의 index, $\hat{\epsilon}$ 은 빛의 편광을 나타내는 단위 벡터, $M_{lm}^{\eta\sigma}$ 는 spin state η 에서 전도대의 l 번째 부밴드와 가전자대의 m 번째 부밴드간의 optical dipole matrix element, $E_l^c(\mathbf{k})$ 와 $E_m^{h,\sigma}(\mathbf{k})$ 은 각각 전도대의 l 번째 부밴드와 가전자대의 m 번째 부밴드의 에너지, E_G 는 밴드갭, ω 는 광자의 각속도, V 는 체적, τ_{in} 은 intraband relaxation time을 나타낸다. 캐리어 농도에 따른 의사 Fermi는 대하여 Fermi function을 in-plane \mathbf{k} vector와 각각의 부밴드에 대해 더함으로써 수치적으로 얻어진다.

선형 광 이득은 선형 optical susceptibility의 허수부로서 다음과 같이 표현된다.

$$G(\omega) = (\omega\mu c/n_r) \text{Im} \epsilon_0 \chi^{(1)}(\omega)$$

여기서, μ 는 permeability, n_r 은 굴절률, c 는 광속, ϵ_0 는 자유공간에서의 유전율이다.

이렇게 얻어진 광 이득이 그림 2-6에 그려져 있다. band edge에 해당하는 파장

대역에서는 높은 광 이득을 보이거나 그로부터 멀어짐에 따라 이득이 점차로 감소하는 것을 볼 수 있다. 이는 band edge에서 멀어질수록 캐리어의 존재 확률과 천이확률 모두가 점점 희박해 지기 때문이다. 광 이득, 특히 차동이득은 위에서 설명될 레이저 다이오드의 동적 특성에 중요한 영향을 미치게 된다. 차동 이득을 구하기 위해서는 일정한 파장에서 캐리어 농도가 변화할 때의 광 이득 변화를 계산한다. 그림 2-7에는 한가지 물질을 사용한 우물(70Å $\text{In}_{0.77}\text{Ga}_{0.23}\text{As}_{0.81}\text{P}_{0.19}$)에 대해 전위 장벽을 이루는 물질이 서로 다른 두 가지 경우($\text{In}_{0.59}\text{Ga}_{0.41}\text{As}_{0.58}\text{P}_{0.42}$, $\text{In}_{0.38}\text{Ga}_{0.51}\text{Al}_{0.11}\text{As}$)의 광 이득이 그려져 있다. 4장에서 언급될 비율 방정식의 광 이득 부분에는 이 로그곡선이 사용되었다.

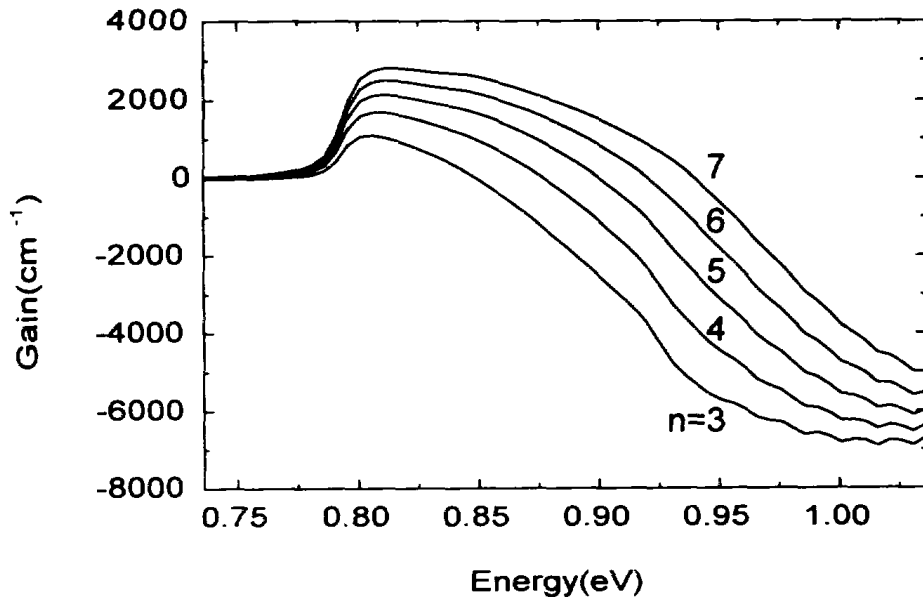


그림 2-6. 캐리어 농도(단위: $1 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$) 변화에 따른 광 이득 변화
 (70 Å $\text{In}_{0.77}\text{Ga}_{0.23}\text{As}_{0.81}\text{P}_{0.19}/\text{In}_{0.59}\text{Ga}_{0.41}\text{As}_{0.58}\text{P}_{0.42}$)

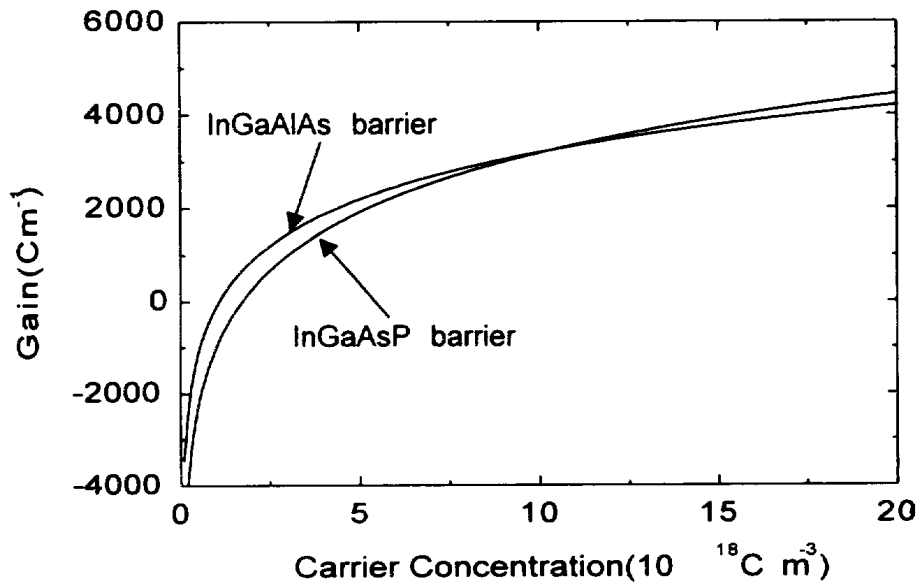


그림 2-7. 1.55 μm 의 파장에서 캐리어 농도(단위: $1 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$) 변화에 따른 광 이득 변화

제 3 장 레이저 다이오드의 동적 특성

제 3-1 절 다중 양자 우물에서의 캐리어 이동 모델 및 근사화 가정

다중 양자 우물 레이저 다이오드의 동적 특성을 설명하기 위해 본 논문에서 사용된 캐리어의 이동 모델을 그림 3-1에 나타내었다. 레이저 다이오드의 양끝에는 n형과 p형으로 각각 doping된 cladding층이 있고, 광 가둠 계수(optical confinement factor)를 향상시키기 위하여 SCH 영역을 두었으며, 가운데 부분에는 양자 우물과 전위 장벽층으로 구성된 active영역이 존재한다.

그림에서 홀(hole)의 이동과정은 실선 전자(electron)의 이동과정은 점선으로 나타내었다. 전자와 홀은 각각 n-cladding, p-cladding층을 통해 SCH영역으로 주입된다. 주입된 캐리어의 대부분은 표동(drift)과 확산(diffusion)으로 SCH영역을 통과하게 되고, 일부는 SCH영역에서 radiative 또는 nonradiative 형태로 재결합한다. SCH를 통과한 캐리어는 첫 번째 양자우물에 포획(capture)되며 열적 여기(thermionic emission) 또는 터널링(tunneling)에 의해 인접우물로 전달되거나, radiative 또는 nonradiative 재결합 하게된다.

서론에서 밝힌바와 같이 다중 양자 우물 구조에서의 캐리어의 이동을 해석하는 방법에는 여러 가지가 있으며, 각각의 방법이 그 고유한 장단점을 지니고 있다. 본 논문에서는 보다 간편하면서도 정확한 해석을 위해 캐리어 전송에 있어서 몇 가지의 사항을 가정하였으며 그 내용은 다음과 같다.

첫째, 홀에 의해 캐리어 전송 및 광 이득이 주관된다.

양자 우물의 개수가 적을 때에는 ambipolar transport[14] 가정이 유효하고, 이

때 비율 방정식에 사용되는 시정수의 값들은 전자와 홀의 경우에 대해 각각 고려된 값의 평균값이 사용될 수 있다. 그러나 우물의 개수가 많아지면 더 이상 ambipolar transport 가정이 유효하지 않으며 우물마다의 캐리어 농도도 서로 다르게 된다[15]. 이를 정확히 해석하려면 서론에서 언급한 바와 같이 통계적인 방법[6][25] 또는 Poisson 방정식의 도입[5][24]등을 통하여 접근해야 하는데, 이러한 방법은 공간적으로 연속적인 캐리어의 농도를 알 수 있다는 장점이 있지만, 계산량이 너무 많아 복잡하며, 우물간의 캐리어 이동에 대한 자세한 정보를 주지 않는다는 단점이 있다. 위의 가정은 이러한 점을 극복하기 위한 방법 중의 하나이며 다음과 같은 근거에 그 바탕을 두고 있다.

발진 개시 이후 정상상태에서 전자의 분포를 보면 우물마다의 농도차이가 거의 없는 반면에 홀은 P접합에 가까운 우물에서 높은 농도를 보인다. 이는 전자가 홀보다 유효질량이 가볍기 때문에 확산, 홀과의 coulomb 상호작용 등에 의해 공간적으로 균일하게 분포하기 쉽기 때문이다. 이러한 경향이 그림 3-2에 그려져 있다. 실제로 계산된 확산 시간, 열적 여기 시간 등을 보면 전자의 것이 홀의 그것보다 10배 짧다. 그러므로 캐리어의 전송은 홀에 의해 주관된다고 볼 수 있으며, 이는 다른 연구결과들과도 일치한다[5][6]. 또한 전도대의 상태밀도함수의 크기는 가전자대의 그것보다 작기 때문에 transparency 이상의 캐리어 주입 상태에서 첫 번째 부밴드는 그림 3-2에서와 같이 항상 전자에 의해 거의 점유된 상태일 것이다. 그러므로, 홀 농도와 전자 농도 모두의 함수인 광 이득은 홀만의 함수로 근사화될 수 있다.

둘째, SCH로부터 주입된 캐리어는 모두 첫 번째 우물에 포획(capture)되며 인접한 우물로 순차적으로 전달된다.

홀의 양자 우물에 포획되는 평균 시간은 100Å 이하의 길이를 갖는 양자우물에서 0.3ps 이하이며[15], 이 시간은 다른 process가 일어나는 평균 시간 보다 훨씬 짧다. 그러므로, SCH로부터 주입된 캐리어 모두가 첫 번째 양자우물에 포획된다고 봐도 무방하다. 일단 우물에 포획된 캐리어는 터널링이나 열적 여기에 의

해 인접 우물로 전달되는데, 터널링으로 한 개 이상의 전위장벽을 지나서 캐리어가 전송될 확률은 매우 희박하며[16], 열적 여기 되어 전위장벽을 통과하는 캐리어도 짧은 포획 시간 때문에 곧바로 인접 우물에 포획되기 때문에 한 개 이상의 전위장벽을 한번에 뛰어넘어 전송될 확률도 매우 희박하다.

셋째, 열적 여기에 의해 양자 우물에서 SCH로 전송되는 캐리어는 없다.

양자 우물의 개수가 여러 개인 경우는 캐리어 전송 과정의 많은 부분이 우물간 전송에 의해 이루어지며, 특히나 홀의 경우는 유효질량이 크기 때문에 큰 열적 여기에 의해 우물과 SCH와의 전위차보다 큰 에너지를 갖기 어렵다.

위에서 언급한 가정은 다음절에서 논의될 비울방정식이 성립되는 바탕이 된다.

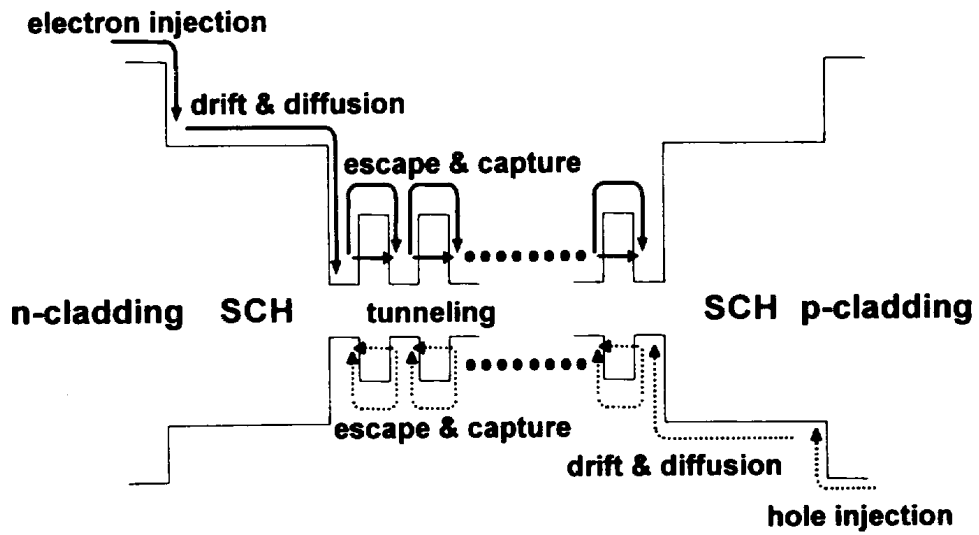


그림 3-1. MQW LD에서 캐리어의 이동모델

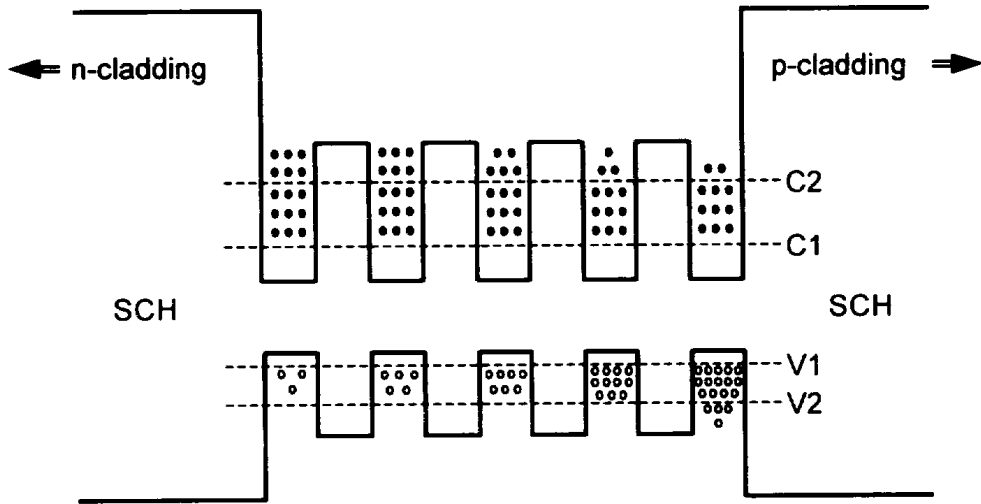


그림 3-2. Bias 전류 인가 후 정상상태에서의 캐리어 분포

제 3-2 절 LD의 비율 방정식

Rate equation을 이용한 LD의 Dynamics 해석은 오래 전부터 제시되어왔으며 [17][18], 고려되는 영역의 개수에 따라 차수가 늘어나는 경향을 보여왔다. 초기에는 활성 영역의 캐리어 농도와 광자밀도만을 고려하여 두 개의 식으로 이루어진 연립 미분 방정식이었으나, 나중에 와서 QW구조의 SCH영역을 추가하여 3개의 식으로 된 연립 미분 방정식이 되었다[14].

본 논문에서는 n개의 우물을 가진 다중 양자 우물 구조에서 우물간 캐리어 전송 효과를 좀더 구체적으로 해석하기 위해 확장된 Nagarajan의 비율 방정식 [15]을 홀에 대해 적용하였다.

$$\frac{dP_s}{dt} = \frac{I}{qV_{SCH}} - \frac{P_s}{\tau_s} - \frac{P_s}{\tau_n}, \quad (8)$$

$$\frac{dP_1}{dt} = \frac{P_s(V_{SCH}/V_w)}{\tau_s} - \frac{P_1 - P_2}{\tau_c} - \frac{P_1}{\tau_n} - v_g G(P_1)(1 - \epsilon S)S, \quad (9)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{P_1 - P_2}{\tau_c} - \frac{P_2 - P_3}{\tau_c} - \frac{P_2}{\tau_n} - v_g G(P_2)(1 - \epsilon S)S, \quad (10)$$

.

.

.

$$\frac{dP_{n-1}}{dt} = \frac{P_{n-2} - P_{n-1}}{\tau_c} - \frac{P_{n-1} - P_n}{\tau_c} - \frac{P_{n-1}}{\tau_n} - v_g G(P_{n-1})(1 - \epsilon S)S, \quad (11)$$

$$\frac{dP_n}{dt} = \frac{P_{n-1} - P_n}{\tau_c} - \frac{P_n}{\tau_n} - v_g G(P_n)(1 - \epsilon S)S, \quad (12)$$

$$\frac{dS}{dt} = \Gamma v_g \{G(P_1) + \dots + G(P_n)\} (1 - \epsilon S) S - \frac{S}{\tau_p} + \frac{\Gamma \beta}{\tau_n} (P_1 + \dots + P_n). \quad (13)$$

위에서 P_s 는 SCH에서 홀의 농도, P_1, \dots, P_n 는 양자우물에서의 홀의 농도, S 는 광자 밀도, I 는 주입된 전류, V_{SCH} 는 SCH의 체적, V_w 는 양자우물의 체적, v_g 는 group velocity, Γ 는 광가둠계수, ϵ 는 gain compression factor 이다. τ_s 는 SCH transport time, τ_n 은 bimolecular recombination time, τ_p 는 광자의 life time, τ_c 는 interwell carrier transport time이며, 이러한 parameter들에 대한 자세한 사항은 뒤에서 다시 설명할 것이다. G 는 광 이득이고 2장에서 설명한 방법으로 계산된 결과를 로그함수로 근사화하여 사용하였다.

위의 비율방정식에 대해 살펴보면 다음과 같다. 좌변은 SCH와 각각의 우물에서의 홀의 농도 그리고 광자 밀도의 시간에 대한 변화율을 나타내며 우변에는 그 값들의 증가분 및 감소분이 고려되어 있다. 홀 농도에 대한 식에는 bimolecular recombination이 감소분이 N/τ_n 으로, 광출력에 의한 감소분은 $v_g g(P_{n-1})(1 - \epsilon S)S$ 로 표현되어 있다. 인접우물로의 홀 전송은, 예를 들어 식 (11)에서 $(P_{n-2} - P_{n-1})/\tau_c - (P_{n-1} - P_n)/\tau_c$ 로 표현되어 있는데, 이것은 다시 $P_{n-2}/\tau_c - 2P_{n-1}/\tau_c + P_n/\tau_c$ 로 쓸 수 있으며, 인접 우물에서 전송되어 들어오는 증가분($P_{n-2}/\tau_c + P_n/\tau_c$)과 인접 우물로 빠져나가는 감소분($-2P_{n-1}/\tau_c$)의 합으로 볼 수 있다. 본 논문에서는 위의 비선형 비율 방정식을 Runge-Kutta 방법으로 적분하여 우물마다 서로 다른 홀 농도 및 광자밀도에 대한 시간응답을 구하였다.

제 3-3 절 소신호 해석

3-3-1 소신호 비율 방정식

3-2절에서 제시한 비율 방정식으로부터 정상상태 해를 구하고, 이때의 광 이득을 선형 근사화하면 소신호 비율 방정식을 얻을 수 있으며 그 과정은 다음과 같다.

우선 식(8)~(13)의 비율 방정식의 모든 변수를 다음과 같이 바꾸어 준다 [14][19]. $I = I_0 + i \cdot e^{j\omega t}$, $P_s = P_{s0} + p_s \cdot e^{j\omega t}$, $P_1 = P_{10} + p_1 \cdot e^{j\omega t}$, \dots , $P_n = P_{n0} + p_n \cdot e^{j\omega t}$, $S = S_0 + s \cdot e^{j\omega t}$, $G(P_1) = G_{10} + g_{10} \cdot p_1 \cdot e^{j\omega t}$, \dots , $G(P_n) = G_{n0} + g_{n0} \cdot p_n \cdot e^{j\omega t}$. 여기서 I_0 , P_{s0} , P_{10} , \dots , P_{n0} , G_{10} , \dots , G_{n0} 는 정상상태에서의 값들이다. 그리고, 모든 변수를 소신호 변수들로 정리하면 n 개의 우물을 가진 다중 양자 우물 레이저 다이오드에 대해 다음과 같은 소신호 비율 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{dp_s}{dt} = \frac{i}{qV_{SCH}} - \frac{p_s}{\tau_s} - \frac{p_s}{\tau_n} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} = & \frac{p_s(V_{SCH}/V_W)}{\tau_s} - \frac{p_1 - p_2}{\tau_c} - \frac{p_1}{\tau_n} \\ & - \frac{v_g \cdot g_{10} \cdot S_0}{1 + \epsilon \cdot S_0} \cdot p_1 - \frac{v_g \cdot G_{10}}{(1 + \epsilon \cdot S_0)^2} \cdot s \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_2}{dt} = & \frac{p_1 - p_2}{\tau_c} - \frac{p_2 - p_3}{\tau_c} - \frac{p_2}{\tau_n} \\ & - \frac{v_g \cdot g_{20} \cdot S_0}{1 + \epsilon \cdot S_0} \cdot p_2 - \frac{v_g \cdot G_{20}}{(1 + \epsilon \cdot S_0)^2} \cdot s \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{dp_{n-1}}{dt} = \frac{p_{n-2} - p_{n-1}}{\tau_c} - \frac{p_{n-1} - p_n}{\tau_c} - \frac{p_{n-1}}{\tau_n} - \frac{v_g \cdot g_{(n-1)0} \cdot S_0}{1 + \epsilon \cdot S_0} \cdot p_{n-1} - \frac{v_g \cdot G_{(n-1)0}}{(1 + \epsilon \cdot S_0)^2} \cdot s \quad (17)$$

$$\frac{dp_n}{dt} = \frac{p_{n-1} - p_n}{\tau_c} - \frac{p_n}{\tau_n} - \frac{v_g \cdot g_{n0} \cdot S_0}{1 + \epsilon \cdot S_0} \cdot p_n - \frac{v_g \cdot G_{n0}}{(1 + \epsilon \cdot S_0)^2} \cdot s \quad (18)$$

$$\frac{ds}{dt} = \Gamma v_g \left\{ \frac{S_0}{1 + \epsilon S_0} (g_{10} p_1 + \dots + g_{n0} p_n) + \frac{S_0}{(1 + \epsilon S_0)^2} (G_{10} + \dots + G_{n0}) \right\} - \frac{s}{\tau_p} + \frac{\Gamma \beta}{\tau_n} (p_1 + \dots + p_n) \quad (19)$$

이렇게 하여 얻어진 소신호 비율 방정식을 다음 절에서 소개되는 state-variable form으로 정리하면 modulation response를 구할 수 있다.

3-3-2 modulation response

연립 미분 방정식으로 표현되는 선형 시스템은 다음과 같은 상태변수 형태 (state-variable form)로 나타낼 수 있다[20][21].

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \mathbf{x} + \mathbf{G} u$$

$$y = \mathbf{H} \mathbf{x} + J u$$

m차 시스템에서 \mathbf{x} 와 $\dot{\mathbf{x}}$ 는 상태변수들과 그들의 미분항들로 이루어진 벡터이고, \mathbf{F} 는 $m \times m$ 시스템 행렬, \mathbf{G} 는 $m \times 1$ 입력행렬, \mathbf{H} 는 $1 \times m$ 출력 행렬이며, J 는 direct transmission term으로써 통상 영의 값을 갖는다.

n개의 우물을 가진 다중 양자 우물 레이저 다이오드는 3-3-1에서와 같이 n+2차의 소신호 비율 방정식으로 나타낼 수 있으며, 이것을 위의 상태 변수 형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{dp_s}{dt} \\ \frac{dp_1}{dt} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{dp_n}{dt} \\ \frac{ds}{dt} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} p_s \\ p_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ p_n \\ s \end{bmatrix}, \quad u = i, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{1}{qV_{SCH}} \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}, \quad j=0,$$

$$\mathbf{H} = [0 \cdot \cdot \cdot 1],$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix}
 \frac{1}{\tau_s} - \frac{1}{\tau_n} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 \frac{V_{sch}/V_w}{\tau_s} & A_1 & \frac{1}{\tau_c} & 0 & \dots & 0 & B_1 \\
 0 & \frac{1}{\tau_c} & A_2 & \frac{1}{\tau_c} & \dots & \dots & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & \dots & \dots & \dots & \frac{1}{\tau_c} & A_{n-1} & \frac{1}{\tau_c} \\
 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & \frac{1}{\tau_c} & A_n & B_n \\
 0 & C_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & C_n & D
 \end{bmatrix}$$

여기서,

$$A_1 = -\frac{1}{\tau_c} - \frac{1}{\tau_n} - v_g g_{10} S_0 (1 - \epsilon S_0),$$

$$A_k = -\frac{2}{\tau_c} - \frac{1}{\tau_n} - v_g g_{k0} S_0 (1 - \epsilon S_0), \quad (2 \leq k \leq n-1)$$

$$A_n = -\frac{1}{\tau_c} - \frac{1}{\tau_n} - v_g g_{n0} S_0 (1 - \epsilon S_0),$$

$$B_k = -v_g G_{k0} (1 - \epsilon S_0)^2, \quad (1 \leq k \leq n)$$

$$C_k = \Gamma v_g S_0 g_{k0} (1 - \epsilon S_0) + \Gamma \frac{\beta}{\tau_n},$$

$$D = \frac{\Gamma v_g}{(1 + \epsilon S_0)^2} (G_{01} + \dots + G_{0n}) - \frac{1}{\tau_p}$$

이렇게 표현된 시스템의 전달 함수는 다음과 같이 나타낼 수 있고[21],

$$\frac{y}{u} = \mathbf{H}[\mathbf{sI} - \mathbf{F}]^{-1}\mathbf{G} + j$$

이 전달 함수가 modulation response $M(\omega)$ 이며, 실제로는 $|M(0)|^2$ 으로 정규화 된 $|M(\omega)|^2 / |M(0)|^2$ 로써 주파수 응답 특성을 타나낼 수 있다[15].

3-3-3 chirping

직접 변조 방식은 chirping에 의한 광펄스의 분산으로 전송거리에 제한을 받을 수 있다. 이러한 chirping을 결정하는 주요한 파라미터로는 line width enhancement factor(α)가 있으며 다음과 같이 나타낼 수 있다[29].

$$\alpha_{modal} = \frac{\partial n'_{eff}/\partial N}{\partial n''_{eff}/\partial N}$$

여기서, $\partial n'_{eff}$ 와 $\partial n''_{eff}$ 는 각각 유효 굴절률의 실수부와 허수부를 각각 나타낸다. 이때, 광 이득 G 는 굴절률의 허수부와 관련이 있어서 $\Gamma G = 4\pi/\lambda n''_{eff}$ 와 같이 나타낼 수 있고, 유효 광 이득(effective optical gain)의 변화와 유효 굴절률의 실수부의 변화의 상관 관계는 특정한 광 모드에 대해서 α_{eff} 로써 나타낼 수 있다. 한 개의 양자 우물에 대해서는 약간의 수학적 유도 과정을 거치면 다음과 같이 α_{eff} 를 표현할 수 있다.

$$\alpha_{eff} = \frac{4\pi}{\lambda g_0} \left(\frac{\partial n}{\partial N_{wo}} + \left(\frac{1}{\Gamma} - 1 \right) \left(\frac{V_w}{V_{sch}} \right) (\chi - 1) \eta_{inj}^{max} \frac{\partial n}{\partial N_{bo}} \right)$$

여기서, N_{wo} 와 N_{bo} 는 각각 양자우물과 SCH에서의 정상상태 캐리어 농도이고, η_{inj} 는 carrier injection efficiency이며, χ 는 transport factor이다.

그러나, 다중 양자 우물의 경우는 우물마다 캐리어 농도가 모두 다르고, 이로 인해 차동 이득 g_0 의 값도 우물마다 모두 다른 값을 갖기 때문에 위의 경우처럼 간단한 방법으로 다룰 수 없게된다. 이에 대한 연구는 추후에 계속 진행할 예정이다.

제 3-4 절 주요 parameter

2원 화합물 반도체인 경우는 대체적으로 물질 상수들이 정확히 알려져 있으나 3원 혹은 4원 화합물의 경우는 아직 정확히 알려져 있지 않은 물질 상수값들이 있다. 본 논문에서는 Vegard의 법칙[22]에 준해 4원 화합물들의 물질 상수들을 2원 화합물의 물질상수들의 선형 조합으로 계산하였다. 즉, 4원 화합물 $A_xB_{1-x}C_yD_{1-y}$ 의 경우 $P(A_xB_{1-x}C_yD_{1-y})$ 는 $[xyP(AC) + (1-x)(1-y)P(BD) + (1-x)yP(BC) + x(1-y)P(AD)]$ 로, 4원 화합물 $A_{1-x-y}B_xC_yD$ 의 경우 $P(A_{1-x-y}B_xC_yD)$ 는 $[(1-x-y)P(AD) + xP(BD) + yP(CD)]$ 로 하여 구하였다. 그리고, 앞에서 언급한 대로 비율 방정식에서의 lifetime 값들은 홀만을 고려하여 계산하였다.

표 3-1. 본 논문에서 사용된 2원화합물의 material parameters

material parameter	GaAs	AlAs	InAs	InP	GaP
lattice constant ^[19] a_0 (Å)	5.6533	5.66	6.0584	5.8688	5.4505
spin-orbit energy ^[7] Δ_0 (eV)	0.34	0.28	0.38	0.11	0.08
$E_{v,av}^u$ (eV) ^[7]	-6.92	-7.49	-6.67	-7.04	-7.4
deformation potential ^[7] a_v (eV)	1.16	2.47	1	1.27	1.7
deformation potential ^[19] b (eV)	-1.7	-1.5	-1.8	-1.7	-1.8
deformation potential ^[19] d (eV)	-4.55	-3.4	-3.6	-5.6	-4.5
elastic stiffness ^[19] c_{11} (10^{11} dyne/cm ²)	11.879	12.5	8.329	10.11	14.05
elastic stiffness ^[19] c_{12} (10^{11} dyne/cm ²)	5.376	5.34	4.526	5.61	6.203
elastic stiffness ^[19] c_{44} (10^{11} dyne/cm ²)	5.94	5.42	3.96	4.56	7.033
luttinger parameter γ_1 ^[19]	6.8	3.45	20.4	4.95	4.05
luttinger parameter γ_2 ^[19]	1.9	0.68	8.3	1.65	0.49
luttinger parameter γ_3 ^[19]	2.73	1.29	9.1	2.35	1.25
electron effective mass ^[19] m_e^*/m_0	0.067	0.15	0.023	0.077	0.25

*괄호안의 숫자는 발췌한 논문에 해당.

3-4-1 SCH Transport Time

\mathcal{E} -field 를 영으로 놓고 SCH에서의 캐리어에 대한 연속 방정식(continuity equation)을 정상상태에서 풀면 캐리어의 분포를 알 수 있다. 보통 SCH의 길이는 캐리어의 확산 길이(diffusion length)보다 훨씬 짧으므로, 캐리어가 SCH 영역을 통과하여 양자 우물 영역으로 포획되는데 걸리는 평균 시간은 $\tau_s = L_s^2/2D + \tau_{cap}$ 와 같이 나타낼 수 있다[15]. 여기서 L_s 는 SCH 영역의 길이, D 는 캐리어의 확산 계수, τ_{cap} 은 capture time으로 1ps라고 가정하였다.[22]

3-4-2 Thermionic Emission time

전위장벽 영역에 있는 캐리어는 벌크 캐리어와 같은 성질을 가지고 있어서 Boltzman 통계를 준수한다고 가정을 하면, 그림 3-3과 같은 구조에서 양자우물 밖으로 캐리어가 열적 여기 되는 평균 시간(τ_{ther})은 아래와 같이 유도된다[23].

$$\tau_{ther} = \left(\frac{2\pi m^* L_w^2}{k_B T} \right)^{1/2} \cdot \exp\left(-\frac{E_B}{k_B T} \right)$$

여기서 E_B 는 유효 전위장벽높이로 양자우물 효과에 의해 나타나는 에너지 레벨에서 전위장벽까지의 높이이다. m^* 는 양자우물 내에서 캐리어 유효질량, k_B 는 Boltzman 상수, T 는 절대 온도, L_w 는 양자우물의 두께이다.

3-4-3 Tunneling time

2개의 양자 우물 구조에서는 양자우물들이 전위장벽의 일정한 높이와 두께에 의해서 분리되어 있다. 이 경우 전위장벽의 두께가 얇으면 전자와 정공의 파동 함수(wave function)는 각각의 양자우물에 완전히 제한되지 않고 인접 우물에서도 유한한 값을 갖게 된다. 그림 3-3과 같은 구조에서 터널링에 의해 캐리어 전송이 일어나는 평균 시간(τ_{tun})은 다음과 같다[16].

$$\tau_{\text{tun}} = \frac{\hbar \pi}{\Delta E}$$

$$\Delta E = \frac{4 \hbar^2 \pi^2}{m^* L_w^2} \cdot \frac{\exp(-GL_b)}{1 + GL_w}, \quad G = \left(\frac{2E_b m^*}{\hbar^2} \right)^{1/2}$$

여기서 \hbar 는 Plank 상수이고, m^* 은 양자우물 내에서 캐리어의 유효질량, E_b 는 전위장벽의 높이, L_b 는 전위장벽의 두께이다.

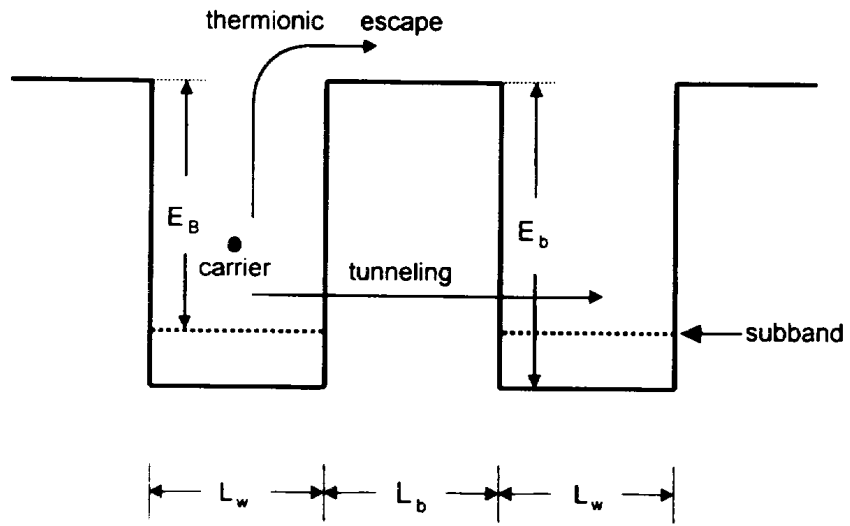


그림 3-3. 다중양자우물 구조에서 터널링과 열적 여기 현상

3-4-4 Interwell Transport Time

양자우물간의 캐리어 전달은 열적 여기에 의해 빠져나간 캐리어가 전위장벽 영역에서 확산된 후 인접 양자우물에 포획되는 과정이나 터널링 과정을 거쳐서 이루어진다. 이 두 과정은 양자우물간의 캐리어 전달에 있어 경쟁관계이며 더 빠른 과정에 의해 캐리어 전달이 지배받게 된다. 따라서 양자우물간의 캐리어 전달이 일어나는 평균 시간은 다음과 같이 쓸 수 있다[15].

$$\tau_c = \left\{ \frac{1}{\tau_{ther} + \tau_{bar} + \tau_{cap}} + \frac{1}{\tau_{tun}} \right\}^{-1}$$

여기서, τ_{bar} 는 barrier transport time으로 전위장벽 영역을 확산으로 통과해 가는 평균 시간이다.

3-4-5 photon life Time

광자의 생명시간은 다음과 같이 주어진다[19].

$$\tau_p = \frac{1}{v_g(\alpha_i + \alpha_m)} = \frac{1}{v_g(\alpha_i + \frac{1}{2L_c} \ln(\frac{1}{R_1 R_2}))}$$

여기서 L_c 는 cavity 길이, R_1 , R_2 는 cavity 양면의 반사 계수, α_i 는 intrinsic loss이다.

제 4 장 결과 및 고찰

제 4-1 절 시뮬레이션 방법

본 논문에서는 앞에서 제시한 이론을 토대로 하여 LD의 광 이득, 직류 과도응답, 소신호 변조 응답을 시뮬레이션을 통하여 구하였다. 시뮬레이션의 개략적인 순서는 다음과 같다.

우선 양자우물, 전위장벽, SCH등의 영역을 구성할 화합물의 조성비를 정하고 band offset을 구한다. 그 다음에는 양자 우물에 대한 밴드 구조 계산을 하고 광 이득을 구한다. 비율 방정식에 쓰일 파라미터 값을 구하고, 광 이득을 로그 함수로 근사화한다. 비율방정식을 풀어 정상상태 응답을 구하고, 정상상태 해를 가지고 소신호 해석한다.

이상의 과정들을 효율적으로 수행하기 위해 MATLAB을 사용하여 simulator를 구현하였으며, 두 가지 물질(InGaAsP, InGaAlAs)의 전위장벽에 대해 그 결과를 비교하였다.

제 4-2 절 MQW LD의 DC 과도 응답 특성

전위 장벽의 높이가 선형적으로 증가하면 thermionic emission time이 지수 함수적으로 증가하므로 이에 따라 우물간 캐리어 전송 시간(τ_c)도 증가하게 된다. 전위 장벽의 높이가 낮은 경우 캐리어가 더 빨리 모든 우물들에 골고루 분포할 수 있게 되며, 이는 곧 광출력 응답에 영향을 미치게 된다. 그림 4-1은 일정한 bias 전류를 인가했을 때 광출력의 시간에 대한 변화를 나타내고 있다. 전위장벽의 높이가 낮은 InGaAlAs barrier의 경우 우물간 캐리어 전송 시간(τ_c)이 작기 때문에 더 빨리 정상상태에 도달하며 turn-on delay도 짧은 것을 볼 수 있다.

정상상태에 도달한 후에도 유한한 우물간 캐리어 전송 시간(τ_c)의 영향으로 우물마다 캐리어 농도가 다르게 된다. 그림 4-2,3은 bias 전류 인가시 각 우물에서 홀 농도의 시간에 대한 변화를 보여주고 있다. 각 우물에서 홀 농도의 초기 값은 transparency point에서의 홀 농도로 가정하였다. 그림에서 높은 농도를 나타내는 선이 P접합에 가까운 우물(QW1)에 해당한다. InGaAlAs barrier의 경우(그림 4-3), 전류의 주입이 일어나면 모든 우물의 홀 농도가 동시에 증가하며, 정상상태에서도 우물간의 홀 농도가 비교적 균일한 것을 볼 수 있다. 그러나, InGaAsP barrier의 경우(그림 4-2), 우물간의 캐리어 전송이 일어나는 평균 시간이 길기 때문에 전류의 인가 후 N접합에 가까운 우물(QW6)의 농도는 주입된 전류에 대하여 빨리 반응하지 못하는 경향을 보인다. 이 때 QW1~QW3에서 생성된 광자의 영향으로 QW4~QW6의 홀 농도가 높아지는 현상을 볼 수 있다. 다시 말하면, QW1~QW3에서는 홀 농도가 광 이득이 영 보다 크기 때문에 실제로 광출력에 기여하고 있지만, QW4~QW6에서는 홀 농도가 transparency point보다 낮기 때문에 광 이득이 영보다 작다. 따라서 광출력을 내는데 기여하지 못하고, 오히려 흡수된 빛이 캐리어의 생성에 기여하게 된다.

다음으로 우물간 캐리어 전송시간을 변화시켰을 때 정상상태 광출력의 변화를 시뮬레이션 하였다. 우물간 캐리어 전송 시간(τ_c)이 커지는 것은 전위장벽의 길이가 커지는 것을 의미하며, 이 때 우물간 캐리어 분포가 더욱 불균일해 진다. 즉, 한쪽 우물 영역에서는 큰 광 이득으로 빛이 증폭되지만 다른 한쪽 우물 영역에서는 광 이득이 영보다 작아 빛이 흡수됨을 의미한다. 즉, 인접 우물로 캐리어가 빠르게 이동해 갈 수 없으므로 캐리어가 주입된 쪽의 우물에서는 커다란 캐리어농도를 보이며 많은 광출력을 내게 되지만, 주입되는 쪽에서 멀어지면 캐리어가 빠르게 이동해 오지 않기 때문에 상대적으로 적은 광출력을 내거나 빛을 흡수하게 된다고 볼 수 있다. 그러나, 시뮬레이션 결과에 의하면, 우물간 캐리어 전송 시간(τ_c)이 변해도 광출력은 거의 변하지 않았다.

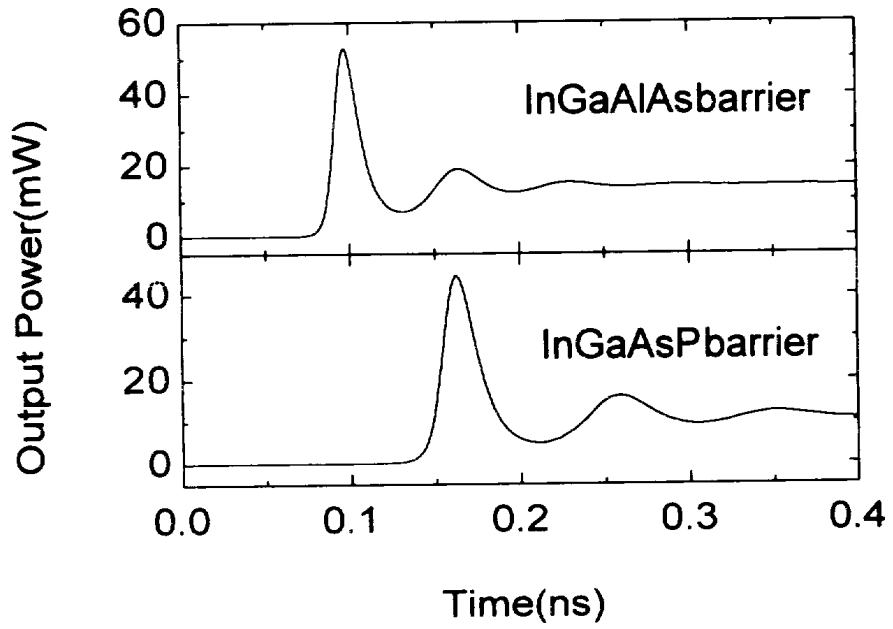


그림 4-1. Bias 전류(10mA) 인가시 광출력의 시간에 대한응답

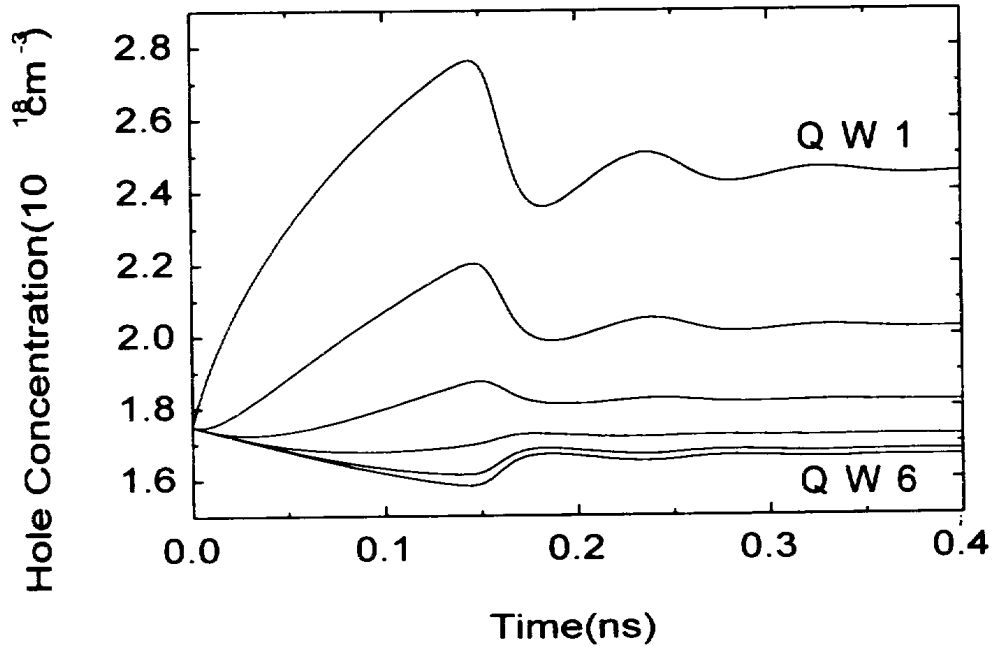


그림 4-2. Bias 전류(10mA) 인가시 우물에서 홀농도의 시간에 대한 변화
(InGaAsP/InGaAsP 우물수:6)

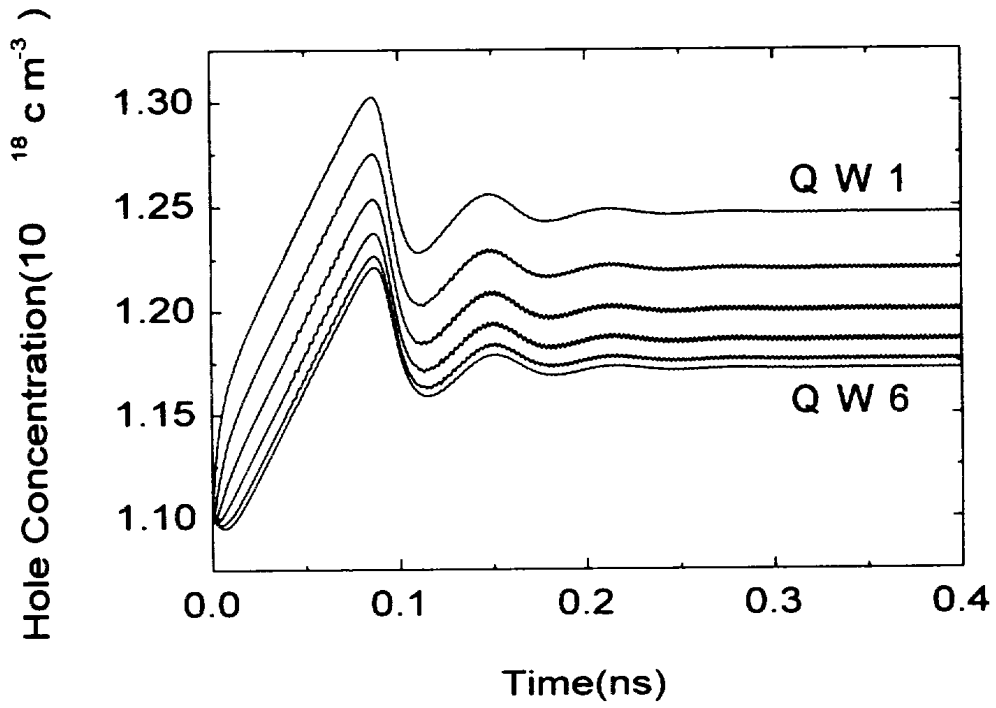


그림 4-3. Bias 전류(10mA) 인가시 우물에서 홀농도의 시간에 대한 변화 (InGaAsP/InGaAlAs 우물수:6)

제 4-3 절 MQW LD의 주파수 응답 특성

3장에서 언급한 대로 비선형 연립 미분 방정식으로 표현되는 LD의 동적 특성은 직류 해석과 교류 해석의 방법이 서로 다르다. 본 논문의 모든 주파수 응답 그림은 먼저 직류 해석을 하여 정상상태 해를 구한 후, 이를 이용하여 소신호 해석하여 얻은 것이다. 시뮬레이션 결과에 따르면 n 개의 우물을 가진 MQW LD에 대한 주파수 응답의 전달함수는 그림 4-4에서 볼 수 있듯이 한 개의 복소 공액 극점 쌍과 n 개의 실 극점 그리고 $n-1$ 개의 실 영점으로 이루어져 있다. 이중 주파수 응답에 주된 영향을 주는 극점은 복소 공액 극점 쌍과 맨 왼쪽에 위치한 실 극점이며, 나머지 실수축에 가까운 극점들은 근처에 있는 $n-1$ 개의 영점과 가까이 있기 때문에 그 영향이 크지 않다. 파라미터(bias 전류, 우물간 캐리어 전송시간(τ_c) 등등)값들을 변화시키면 이 극점과 영점들의 위치가 변화한다. 그러나, 우물의 개수가 늘어날수록 미분방정식의 차수가 늘어나기 때문에 이 극점과 영점들을 이루는 파라미터 값들에 대한 해석적인 식을 얻기는 매우 복잡하며, 따라서 주파수 응답의 경향만을 파악하여 정리하였다.

단일 양자 우물에서는 bias 전류가 변해도 우물에서 정상상태 캐리어 농도는 거의 변하지 않으나, 다중 양자 우물에서는 bias 전류가 커질수록 우물간 캐리어 농도 차이가 커지며 따라서 광이득의 차이도 커진다. 그러나, 주파수 응답의 경향은 그림 4-5에서 볼 수 있듯이 단일 양자 우물의 경우와 별 차이가 없으며, bias 전류가 증가하면 변조 대역폭도 증가함을 알 수 있다. 단일 양자 우물의 경우 대략 공진 주파수가 $\omega_r = \sqrt{v_g g_0 S / \tau_p}$ 인 것으로 미루어 볼 때, 이는 광 출력의 증가로 인한 공진 주파수의 증가에 기인하는 것으로 볼 수 있다.

그림 4-6는 우물간 캐리어 전송 시간(τ_c)이 변화 할 때 주파수 응답 특성을 보인 그림이다. 우물간 캐리어 전송 시간(τ_c)이 작으면 인접 우물로의 캐리어 전송이 빠르게 일어나며 입력되는 변조 신호에 대해서 모든 우물이 고르게 반응

할 수 있게 된다. 그러므로 우물간 캐리어 전송 시간(τ_c)이 감소할수록 변조 대역폭이 넓어지게 되며 이러한 경향이 그림 4-6에 나타나 있다. 그러나, 0.2ps 이하의 우물간 캐리어 전송 시간에서는 주파수 응답 특성의 변화가 거의 없었다. 이는 우물마다의 캐리어 농도 분포가 이미 충분히 균일해 졌음을 의미하며, 다른 요소들에 의해 변조 대역폭이 결정됨을 의미한다.

일반적으로 미분 이득은 변조 대역폭과 밀접한 관계가 있어서 미분이득이 증가하면 변조 대역폭도 증가하는 것으로 알려져 있다[28]. 양자우물의 개수가 증가하면 미분 이득이 증가하게 되는데, 그림 2-7과 같이 로그 함수로 표현되는 광 이득곡선은 n 개의 우물을 가진 구조에 대해 x 축과 y 축 방향으로 각각 n 배 scaling된 형태[19]가 되며 이때 transparency point는 커지지만 미분이득은 증가하게 되는 것이다. 또한 양자 우물의 개수가 많아지면 광 가둠계수가 증가하며 이러한 현상도 변조 대역폭을 크게 해주는 요인중의 하나가 된다. 즉, 양자 우물의 개수가 증가하면 미분이득과 광 가둠계수가 증가하기 때문에 변조 대역폭이 넓어지는 것으로 생각할 수 있다. 그러나, 이것은 우물간 캐리어 전송 효과를 고려하지 않았을 때의 현상이며 우물간의 불균일한 캐리어 분포의 영향으로 실제로는 일정한 개수 이상의 양자 우물에 대해서는 미분 이득의 증가 경향이 포화 특성을 보이게 된다. 즉, 일정한 개수 이상의 우물을 가진 구조에 대해서는 우물간 캐리어 전송이 영향을 미쳐서 우물의 개수가 증가해도 변조 대역폭의 증가 경향이 둔화될 것임을 예상할 수 있다. 그러면, 우물간 캐리어 전송이 빠른 구조가 더 넓은 대역폭을 갖게 되며 우물수의 증가에 따른 변조 대역폭의 증가 경향도 더 좋은 특성을 나타내게 될 것이다. 그림 4-7은 광출력이 일정할 때 양자우물 개수의 변화에 따른 변조대역폭의 변화를 그린 그림으로써 이러한 현상을 잘 나타내고 있다. InGaAlAs의 전위장벽을 가진 경우가 InGaAsP의 전위 장벽을 가진 경우보다 변조 대역폭이 넓음을 알 수 있다. 앞서 언급한 대로 우물간 캐리어 전송 시간은 전위 장벽의 높이와 밀접한 연관이 있다. 가전자대의 전위 장벽의 높이가 낮은 InGaAlAs 전위 장벽의 경우는 우물

의 개수가 늘어남에 따라 지속적인 변조 대역폭의 증가를 보이고 있으나, 가전 자대의 전위 장벽의 높이가 높은 InGaAsP 전위장벽의 경우는 우물간 캐리어 전송시간이(τ_c) 크기 때문에 우물 개수가 14개 이상 증가하면 오히려 변조 대역폭이 떨어지는 현상을 보이고 있다. 이는 P접합 영역에서 멀리 떨어진 우물 일 수록 그 홀 농도가 주입된 홀에 의해 빨리 증가할 수 없기 때문에 일어나는 현상이라고 해석할 수 있다. 또한, 우물의 개수가 많아지면 우물간의 캐리어 전송의 영향으로 변조속도가 제한될 수 있으며, InGaAlAs 전위 장벽이 이러한 점을 개선하는데 유리함을 알 수 있다.

단일 양자우물의 경우 SCH 전송의 영향으로 low frequency roll off 현상과 유효 미분 이득(effective differential gain) 감소 현상이 생기게 되며 이것은 변조 대역폭에 심각한 영향을 줄수 있다고 알려져 있다[14]. 또한, SCH의 길이가 길어지면 SCH transport time(τ_s)이 커지게 되는데, SCH transport time(τ_s)은 변조 특성에서 한 개의 실 극점을 만들어내며 SCH transport time(τ_s)이 클 경우 이 극점의 영향으로 변조 대역폭이 작아지게 된다. 그림 4-8은 SCH transport time(τ_s)의 변화에 따른 주파수 응답 특성을 보인 그림이다. 그림 4-8은 다중 양자우물의 경우 SCH transport time(τ_s)의 변화에 따른 주파수 응답 특성을 보인 그림이다. SCH transport time(τ_s)이 커지면 감쇄가 커지면서 변조 대역폭이 작아 지는 것을 볼 수 있으며, 이는 단일 양자우물의 경우와 그 경향이 유사하다.

위에서 살펴본 주파수 응답특성을 종합해 보면 다음과 같다. n개의 우물을 가진 MQW LD에 대한 주파수 응답의 전달함수는 한 개의 복소 공액 극점 쌍과 n개의 실 극점 그리고 n-1개의 실 영점으로 이루어져 있으며 영점과 가까이 위치한 극점들은 주파수 응답에 별로 영향을 주지 않는다. 다시 말하면, MQW LD의 주파수 응답은 분모가 $j\omega$ 의 3차식이고 분자는 상수인 전달함수로 근사화 될 수 있다. 이 때 여러 가지 파라미터(I_{bias} , τ_c , 우물개수, τ_s)들의 변화에 따라서 주파수 응답 특성이 달라지며 극점들의 움직임 경향은 그림 4-9와 같다.

극점의 움직임을 묘사한 화살표의 크기 및 두께는 움직임의 정도를 나타낸다. I_{bias} 가 증가하면 공진 주파수와 감쇄상수가 같이 증가하고, τ_c 가 감소하면 공진 주파수가 증가하며 감쇄상수는 소폭 증가한다. 우물개수가 증가하면 공진 주파수가 증가하나 일정한 개수 이상이 되면 다시 감소한다. τ_s 가 증가하면 실 극점이 급격히 허수축 쪽으로 이동하여 주파수 응답에 영향을 주게 된다.

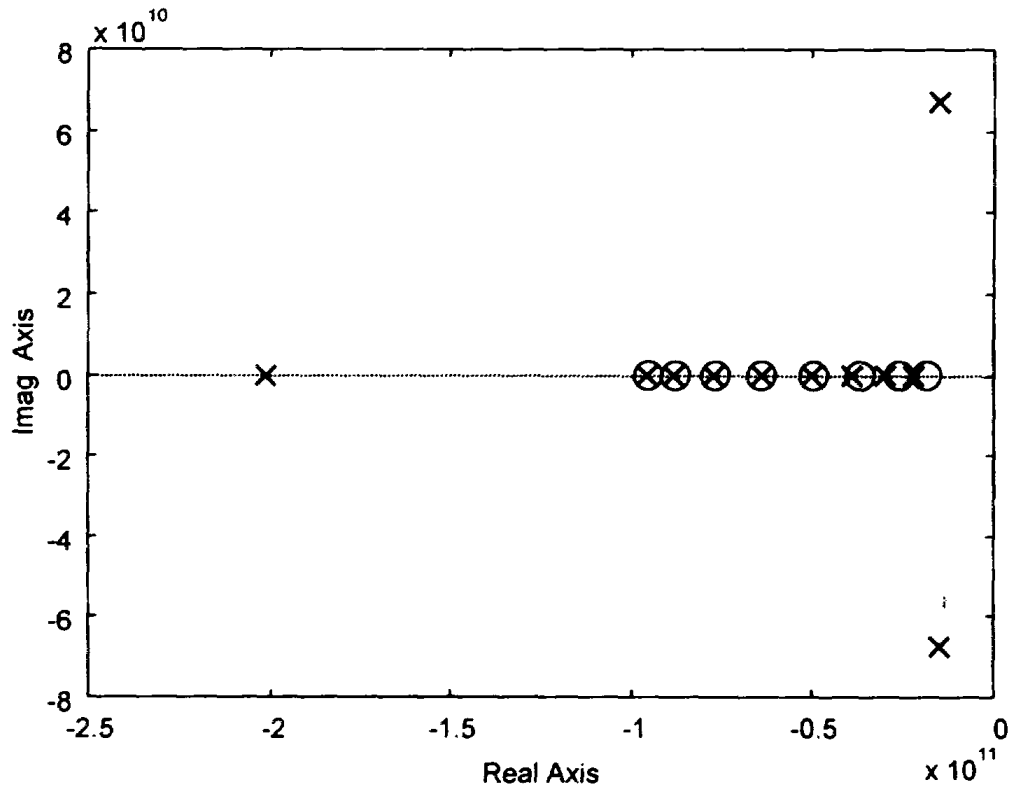


그림 4-4. MQW LD 주파수 응답의 전형적인 극점 및 영점 배치
(InGaAsP/InGaAsP 우물수: 9개 I_{bias}=12mA)

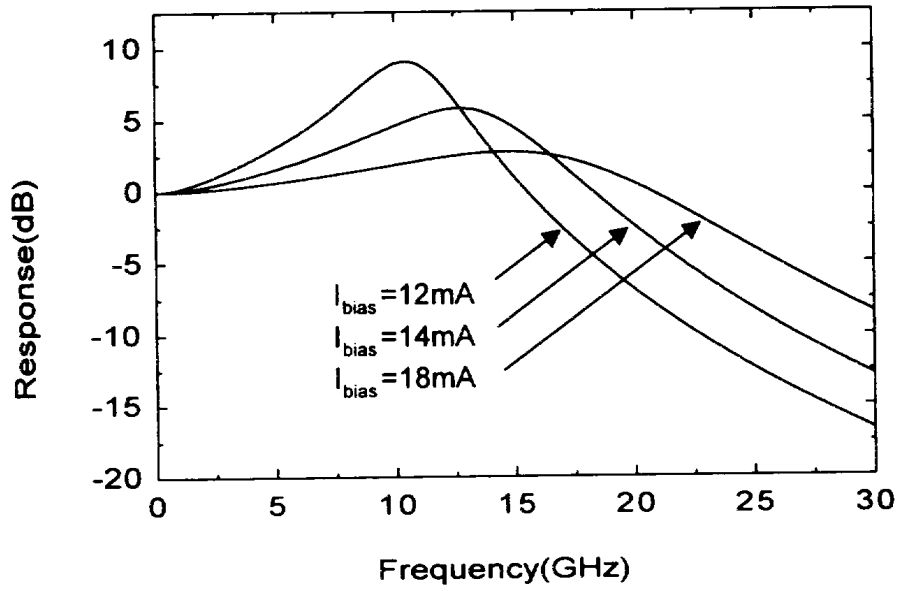


그림 4-5. 바이어스 전류의 변화에 따른 LD의 주파수 응답 특성
(InGaAsP/InGaAsP 우물수: 9개)

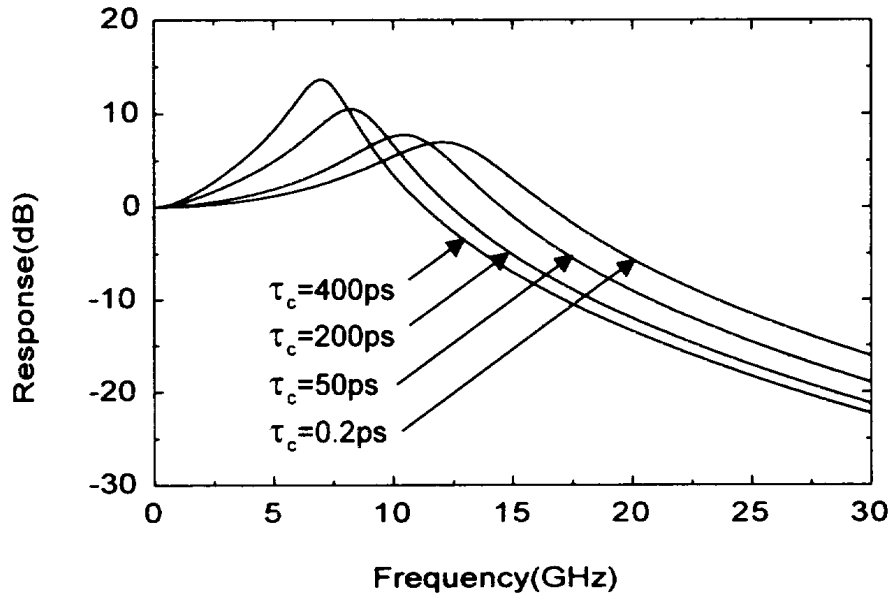


그림 4-6. 우물간 캐리어 전송시간의 변화에 따른 주파수 응답 특성
(InGaAsP/InGaAsP 우물수: 6개, I_{bias} : 10mA)

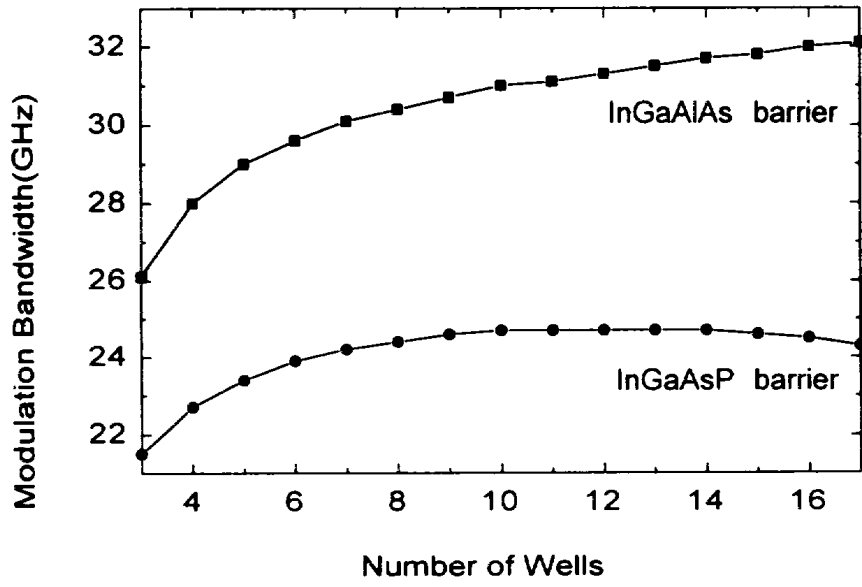


그림 4-7. 양자 우물 개수의 변화에 따른 변조 대역폭의 변화
(광 출력: 40mW)

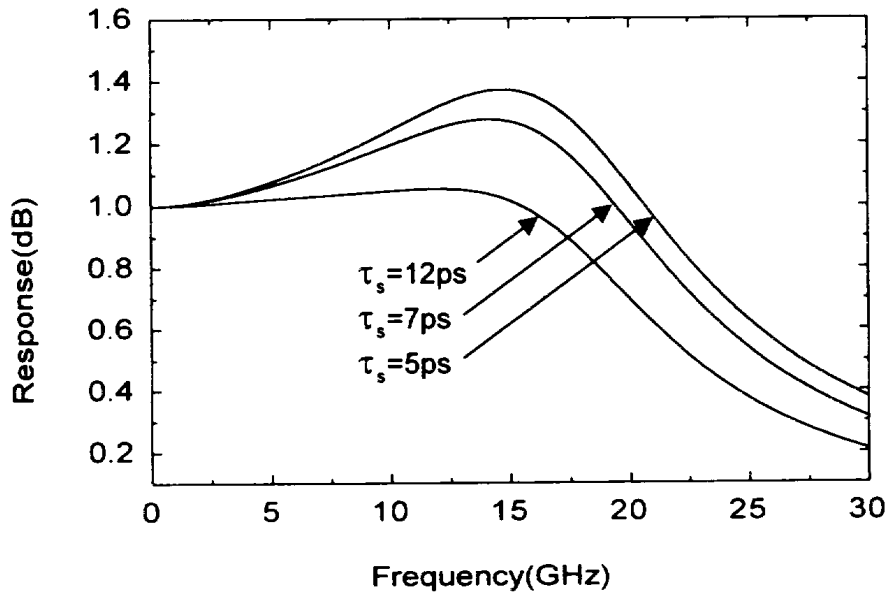


그림 4-8. SCH transport time의 변화에 따른 주파수 응답 특성
(InGaAsP/InGaAsP 우물수: 9 l bias=18mA)

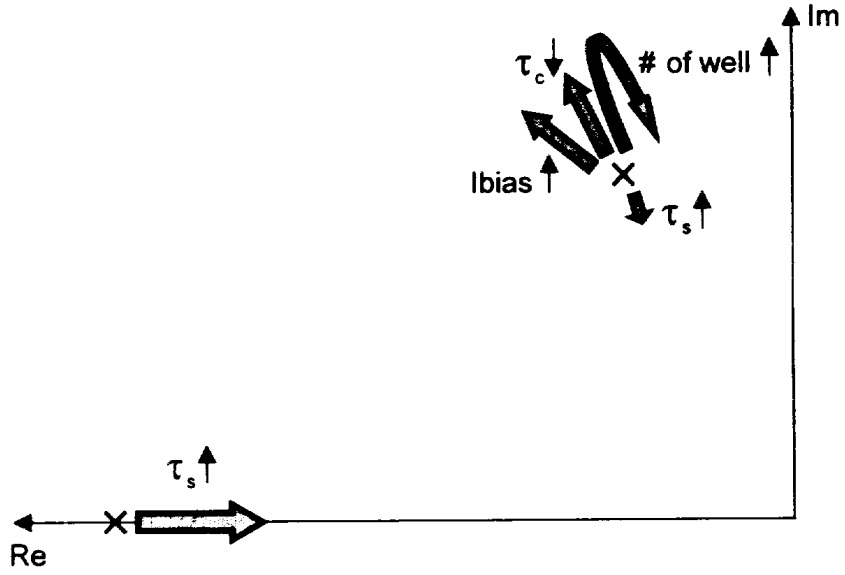


그림 4-9. 각 파라미터들의 변화에 따른 우세한 극점의 이동 경향

제 5 장 결론 및 향후 연구 과제

많은 양의 정보를 보다 빠르게 전달하기 위해 통신 시스템이 갖추어야 할 조건 중의 하나는 바로 넓은 대역폭이다. 이를 해결하기 위해 이미 십여 년 전부터 광통신의 여러 가지 분야에 대한 연구가 활발히 진행되어 왔다. 고속 광통신을 위한 핵심적인 소자인 LD는 현재 그 변조 대역폭이 수십 GHz에 이르며, 이를 구현하기 위해 여러 가지의 기법들이 개발되어 왔다. 앞으로 통신 수요가 더욱 증가함에 따라 더 많은 정보를 빠르게 전송하기 위해서는 LD의 성능도 그 만큼 향상되어야 한다. 이를 위해서는 LD의 주요 동작 원리와 특성을 정확히 이해하고 해석하는 것이 중요하다.

본 논문에서는 광 소자에 주로 사용되는 III-V족 화합물 반도체를 사용하여 만든 양자우물 구조의 밴드 구조와 광이득을 계산하고, 다중 양자 우물 구조를 가진 반도체 다이오드의 직류 응답 및 직접 변조 특성을 해석하였다. 해석 방법은 열적 여기와 확산 및 터널링에 의한 우물간 캐리어 전송 모델을 사용하였다. 이 방법은 Poisson 방정식이나 통계적인 해석을 도입한 기존의 방법들 보다 간단하면서도, 우물간의 캐리어 전송에 대한 직관적인 접근이 가능하다는 장점이 있다. 해석 결과는 다른 논문들과 비교 검증하였으며, 그 경향이 일치함을 확인하였다.

MQW LD에서는 우물의 개수가 증가함에 따라 우물간 캐리어 전송 시간의 영향이 커진다. 우물간 캐리어 전송시간이 크면 turn-on delay가 늘어나고 relaxation oscillation이 커지며 정상상태에서 우물간 캐리어 농도도 불균일해진다. 이는 곧 주파수 응답에도 영향을 미치게 되어 변조대역폭의 감소를 가져온다. 일반적으로 우물의 개수를 증가시키면 변조 대역폭이 커진다. 그러나 우물간 캐리어 전송시간이 큰 경우 일정 개수 이상의 우물개수를 사용하면 오히려

려 변조 대역폭이 작아진다. 그러므로 우물개수와 우물간 캐리어 전송 시간을 고려하여 적당한 개수의 우물을 사용해야 한다.

우물간 캐리어 전송시간을 줄이려면 전위장벽의 길이를 줄이거나 전위장벽의 높이를 낮추어야 한다. 이를 위해서는 InGaAsP계열의 전위장벽보다 InGaAlAs 계열의 전위장벽을 사용하는 것이 유리하다.

고속 직접 변조를 위한 레이저 다이오드의 최적화된 구조 설계시, 본 논문에서 제시된 다중 양자 우물 레이저 다이오드에 대한 해석 방법은 우물 개수와 우물간 캐리어 전송문제에 관한 최적화 기법으로 유용하게 사용될 것으로 기대된다. 향후에는 spectral hole burning, carrier heating 등의 비선형 현상과 기생효과, 그리고 고속변조시의 chirp등을 고려할 예정이다.

부 록(MATLAB code)

```
%다음은 광 이득을 계산하는 code이다.
%계산에 사용될 변수를 정의한다.
global KT KTRES KTEND HBB HBSQB LZ BARL ZSTEP ec ev EFC
EFV E TAU const valst EG MB MW EGEND carrier phres phend carrbeg
carres carrend egpoint
%미리 작성된 parameter file을 열고 변수들의 값을 읽어들인다.
load paramet.txt
HBB=2.638e-25;      HBSQB=HBB*HBB;      E=1.6e-19;      TAU=0.1e-12;
EG=paramet(5,1);      phend=paramet(15,2);      EGEND=EG+phend;
carrier=paramet(14,2);      LZ=paramet(12,1);      BARL=paramet(12,2);
ZSTEP=paramet(14,1);      KTRES=paramet(13,1);      KTEND=paramet(13,2);
phres=paramet(15,1);      carrbeg=paramet(16,1);      carres=paramet(16,2);
carrend=paramet(17,2); egpoint=paramet(17,1);
const='conduct1.txt'; valst='valencel.txt';
conband; valband; ldband; %band 구조를 계산한다.
tr; tname='cl_v1.txt'; ldtr; %transition strength를 계산한다.
load ec.txt; load ev.txt;
EFC=fzero('nn',0.5); EFV=fzero('pp',-0.5); %quasi-Fermi level을 계산한다.
re=0;
%각각의 부밴드에 대한 광 이득을 계산하여 더한다.
l=1; m=1; for l=1:c for m=1:v
const(8)=l+48;      const=const(1:8);      valst(8)=m+48;      valst=valst(1:8);
const=setstr(const);      valst=setstr(valst);      tname(2)=l+48;      tname(5)=m+48;
tname=setstr(tname); tname=tname(1:5);
re=re+semigain(eval(tname),eval(const),eval(valst)); end; end;
%계산된 결과를 저장한다.
save mgain.txt re -ascii;
```

참고문헌

- [1] Fumiyoshi Kano et al, "Linewidth enhancement factor in InGaAsP/InP modulation-doped strained multiple-quantum-well lasers," IEEE J. Quantum Electron., vol. 30, no. 2, pp. 533-537, 1994.
- [2] Yasuhiro Matsui et al, "30-GHz Bandwidth 1.55 μ m strain-compensated InGaAlAs-InGaAsP MQW laser," IEEE Photon. Technol. Lett., vol. 9, no. 1, pp. 25-27, 1997.
- [3] H. Han et al, "High-speed modulation of strain compensated InAlAs-GaAsP-InGaP multiple-quantum-well lasers," IEEE Photon. Technol. Lett., vol. 8, no. 9, pp. 1133-1135, 1996.
- [4] D. Ahn et al, "Optical gain in a strained-layer quantum-well laser," IEEE J. Quantum Electron., vol. 24, no. 12, pp. 2400-2406, 1988.
- [5] N. Tessler and G. Eisenstein, "Transient carrier dynamics and photon-assisted transport in multiple-quantum-well lasers," IEEE Photon. Technol. Lett., vol. 5, no. 3, pp. 291-293, 1993.
- [6] H. Tsuchiya et al, "Spatially ununiform gain in MQW lasers caused by nonequilibrium carrier transport," Physica, vol. B227, pp. 411-414, 1996.
- [7] Chris G. Van de Walle, "Band lineups and deformation potentials in the model-solid theory," Phys. Rev., vol. B39, no. 3, pp. 1871-1883, 1989.

- [8] Shun Lien Chuang, "Efficient band-structure calculations of strained quantum wells," *Phys. Rev.*, vol. B43, no. 12, pp. 9649-9661, 1991.
- [9] D. V. Lang et al, *Appl. Phys. Lett.*, vol. 50, p. 736, 1987.
- [10] S. R. Forrest et al, *Appl. Phys. Lett.*, vol. 45, p. 1199, 1984.
- [11] Peter S. Zory, Jr., "Quantum well lasers," Academic Press, Inc., 1993.
- [12] C. Kittel, "Quantum theory of solids", Wiley, 1987.
- [13] D. Ahn et al, "Valence-band mixing effects on the gain and the refractive index change of quantum-well lasers," *J. Appl. Phys.*, vol. 64, no. 8., pp. 4056-4064, 1988.
- [14] R. Nagarajan et al, "High speed quantum-well lasers and carrier transport effects," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 28, no. 10, pp. 1990-2007, 1992
- [15] R. Nagarajan et al, "Effects of carrier transport on high-speed quantum well lasers," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 59, no. 15, pp. 1835-1837, 1991
- [16] Herbert Kroemer and Hiroshi Okamoto, "Some design considerations for multi-quantum-well lasers," *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol. 23, no. 8, pp. 970-974, 1984.

- [17] K. Y. Lau and A. Yariv, "High frequency current modulation of semiconductor injection lasers," in *Semiconductors and Semimetals : Lightwave Communications Technology*, eds. R. K. Willardson and A. C. Beer, vol. 22B, pp.69-152, 1985.
- [18] J. E. Bowers, "Modulation properties of semiconductor lasers," in *Optoelectronic Technology and Lightwave Communications Systems*, ed. C. Lin. Van Nostrand Reinhold, pp. 299-334, 1989.
- [19] Shun Lien Chuang, *Physics of optoelectronic device*. John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [20] Gene F. Franklin et al, *Feedback control of dynamic systems*. Addison Wesley, 1994.
- [21] 양원영 외 3명, *최신 제어 시스템*. 광문각, 1994.
- [22] 심종인, 한백형, "고속직접변조를 위한 1.55 μm InGaAsP/InGaAsP SL-MQW DBF-LD의 양자우물구조의 최적화," *전자공학회논문지*, vol. 34D, no. 3, pp. 160-172, 1997.
- [23] H. Schneider and K. V. Klitzing, "Thermionic emission and Gaussian transport of holes in a GaAs/Al_xGa_{1-x}As multiple-quantum-well structure," *Phys. Rev.*, vol. B38, no. 9, pp. 6160-6165, 1988.

[24] N. Tessler and G. Eisenstein, "On carrier injection and gain dynamics in quantum well lasers," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 29, no. 6, pp. 1586-1595, 1993.

[25] H. Tsuchiya and T. Miyoshi, "Bipolar quantum-transport modeling of carrier injection into a SCH-quantum-well laser," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 32, no. 5, pp. 865-872, 1996.

[26] T. Fukusima et al, "High-speed dynamics in InP based multiple quantum well lasers," *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol. 32, no. 1a, pp. 70-83, 1993.

[27] 이한상, "MQW 레이저 다이오드 특성 해석을 위한 새로운 rate equation 모델링," 연세대학교 전자공학과 석사학위 논문, 1998년 2월.

[28] John E. Bowers, *High speed semiconductor lasers and photo detectors*. A short course at CLEO, 1995.

[29] R. Nagarajan and John E. Bowers, "Effects of carrier transport on injection efficiency and wavelength chirping in quantum-well lasers," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 29, no. 6, pp. 1601-1608, 1993.

Abstract

Carrier transport effects on MQW LD dynamics

Koo Ja Yong
Dept. of Electronic Eng.
The Graduate School
Yonsei University

In this thesis, rate equations with considering interwell carrier transport time have been proposed and solved for analyzing characteristic of MQW laser diodes, which is a core element of an optical transmission system, under the assumption that hole transports dominate carrier transport. Optical gain in the quantum well is calculated considering valence band mixing effects. We analyzed the DC transient response of MQW LD, and show that uneven carrier concentrations are due to interwell carrier transport effects. We also

show that modulation characteristics can be approximated to the transfer function whose denominator is third order of $j\omega$. The moving of poles that determine modulation responses are studied with varying bias currents, interwell carrier transport times, number of wells, and SCH transport times. We show that large number of quantum wells can limit modulation speeds, and InGaAlAs barriers have advantages on improving this point. The proposed analyzing methods can be a great contribution to the design of the optimum MQW LD structure for high speed direct modulation.

Keywords : laser diodes, direct modulation, quantum well, optical gain, modulation response, interwell carrier transport